

MODELAMIENTO MATEMÁTICO DE UN SISTEMA DE CONCENTRACIÓN  
SOLAR CON MOTOR STIRLING EN COLOMBIA

DANIELA CAROLINA TRUJILLO LARA

FUNDACIÓN UNIVERSIDAD DE AMÉRICA  
FACULTAD DE INGENIERÍAS  
PROGRAMA DE INGENIERÍA MECÁNICA  
BOGOTÁ D.C  
2017

MODELAMIENTO MATEMÁTICO DE UN SISTEMA DE CONCENTRACIÓN  
SOLAR CON MOTOR STIRLING EN COLOMBIA

DANIELA CAROLINA TRUJILLO LARA

Trabajo de investigación para optar el título de  
Ingeniero Mecánico

Director

M.Sc. - Ing. ANDREA LACHE MUÑOZ  
Ingeniero Químico

Codirectores

M.Sc. - Ing. JHON FREDDY OCHOA AVENDAÑO  
Ingeniero mecánico

Ing. JUAN FELIPE GIRALDO AVILA  
Ingeniero mecánico

FUNDACIÓN UNIVERSIDAD DE AMÉRICA  
FACULTAD DE INGENIERÍAS  
PROGRAMA DE INGENIERÍA MECANICA  
BOGOTÁ D.C  
2017

Nota de aceptación:

---

---

---

---

---

---

---

Presidente del jurado  
Ing. Andrea Lache

---

Jurado 1  
Ing. Libardo Enrique Mendoza Geney

---

Jurado 2  
Ing. Juan Felipe Giraldo Ávila

Bogotá D.C mayo de 2017

## DIRECTIVAS DE LA UNIVERSIDAD

Presidente de la Universidad y Rector del claustro

Dr. Jaime Posada Díaz

Vicerrector de Desarrollo y Recursos humanos

Dr. Luis Jaime Posada García-Peña

Vicerrector Académico y de Posgrados

Dra. Ana Josefa Herrera Vargas

Secretario General

Dr. Juan Carlos Posada García-Peña

Decano general Facultad de Ingenierías

Ing. Julio Cesar Fuentes Arismendi

Director de Investigaciones

Ing. Armando Fernández Cárdenas

Director del Departamento de Ingeniería Mecánica

Ing. Carlos Mauricio Veloza Villamil

Las directivas de la Universidad de América, los jurados calificadores los docentes no son responsables por las ideas y conceptos emitidos en el presente documento. Estos corresponden únicamente al autor.

Dedico este proyecto a mis padres que han sido uno de los motores principales de mi vida y me han dado la fuerza para seguir, a mis hermanos Ángela y Camilo por brindarme su apoyo incondicional en todo momento, sin ustedes no hubiera sido posible culminar esta etapa de mi vida.

Agradezco el compromiso de los profesores de investigación por el apoyo y la persistencia incondicional en el proyecto, a mi directora la Ing. Andrea Lache por ser la primera en brindarme su apoyo en desarrollar este proyecto, a mis codirectores, los Ingenieros John Ochoa y Juan F. Giraldo por brindar parte de su conocimiento, tiempo y dedicación en el proyecto.

Agradezco a mi familia por creer en mí, principalmente a mis padres por enseñarme a persistir ante las dificultades, por ser la guía en mi camino y darme los valores y principios en mi vida.

## CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	19
1. GENERALIDADES TEÓRICAS	21
1.1 ENERGÍAS ALTERNATIVAS	21
1.1.1 Energía solar	21
1.1.2 Energía solar concentración CSP	23
1.2 SISTEMA DE CONCENTRACIÓN SOLAR DE DISCO PARABÓLICO	28
1.2.1 Concentrador parabólico compuesto (CPC)	29
1.2.2 Sistema de seguimiento	33
1.2.3 Receptor	33
1.2.4 Motor Stirling	33
1.2.4.1 Ciclo Stirling	35
1.2.4.2 Clasificación	37
1.3 RADIACIÓN EN COLOMBIA	43
1.3.1 Irradiación solar en Colombia	44
1.3.2 Criterios para la toma de decisión	45
1.3.3 Selección de la zona	45
2. METODOLOGÍA	47
2.1. COMPONENTES DEL MODELO MATEMÁTICO	50
2.1.1 Criterios de selección del Concentrador parabólico	50
2.1.2 Criterios de selección del Motor Stirling	52
2.2 DESCRIPCIÓN DE VARIABLES DEL MODELO MATEMÁTICO	53
2.2.1 Concentrador parabólico	54
2.2.1.1 Geometría de la parábola	54
2.2.2 Receptor	58
2.2.2.1 Potencia total interceptada por el receptor	58
2.2.2.2 Pérdidas del receptor	59
2.2.2.3 Pérdidas por radiación	60
2.2.2.4 Pérdidas por convección	62
2.2.3 Motor	66
2.2.4 Eficiencias del sistema	66
2.2.4.1 Eficiencia del colector	67
2.2.4.2 Eficiencia del receptor	67
2.2.4.3 Eficiencia del motor	67
2.3 IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL	68
2.4 METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS DEL MODELO MATEMÁTICO	71
3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	72
3.1 SISTEMA DE CONCENTRACIÓN SOLAR DISCO- STIRLING (CPC)	72



3.1.1 Disco parabólico	72
3.1.2 Motor Stirling alfa	73
3.2 VARIABLES DEL MODELO MATEMÁTICO	73
3.2.1 Variables para la validación del modelo	74
3.2.2 Caso de estudio	75
3.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS	76
3.3.1 Validación numérica del modelo	76
3.3.1.1 Factor de intercepción	76
3.3.1.2 Pérdidas térmicas por el receptor	78
3.3.1.3 Eficiencias del sistema	83
3.3.2 Caso de estudio	85
4. CONCLUSIONES	92
5. RECOMENDACIONES	93
BIBLIOGRAFÍA	94
ANEXOS	97

## LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Comparación de las alternativas de las tecnologías CSP	27
Tabla 2. Condiciones iniciales de operación	70
Tabla 3. Matriz de selección del concentrador	73
Tabla 4. Condiciones de operación para validar el modelo	74
Tabla 5. Condiciones de operación de Uribía	75
Tabla 6. Condiciones de operación del Jet propulsión Laboratory	75
Tabla 7. Condiciones de operación del PAS 7.5 m	76
Tabla 8. Materiales de un concentrador parabólico	104

## LISTA DE GRÁFICAS

	pág.
Gráfica 1. Promedio anual de radiación global	45
Gráfica 2. Influencia del diámetro de apertura en el factor de intercepción	77
Gráfica 3. Convergencia	77
Gráfica 4. Diferentes pérdidas térmicas en función de la variación de temperaturas del receptor.	79
Gráfica 5. Pérdidas convectivas en función del ángulo de inclinación y la variación de las velocidades	80
Gráfica 6. Pérdidas por convección forzada.	82
Gráfica 7. Pérdidas por convección natural	82
Gráfica 8. Pérdidas térmicas y calor transferido al motor	83
Gráfica 9. Gráfica de eficiencias	84
Gráfica 10. Factor de intercepción para el concentrador JPL	86
Gráfica 11. Factor de intercepción para el concentrador PAS 7.5m	86
Gráfica 12. Pérdidas térmicas del JPL	88
Gráfica 13. Pérdidas térmicas del PAS 7.5	88
Gráfica 14. Eficiencias del sistema JPL	89
Gráfica 15. Pérdidas y transferencia de calor del sistema JPL	90
Gráfica 16. Eficiencias del sistema PAS	90
Gráfica 17. Pérdidas y transferencia de calor del sistema JPL	91

## LISTA DE CUADROS

	pág.
Cuadro 1. Tecnologías que funcionan a partir de la energía solar	22
Cuadro 2. Sistemas disco Stirling	30
Cuadro 3. Tipos de concentradores	32
Cuadro 4. Ciclo Stirling con un motor tipo beta	40
Cuadro 5. Descripción del ciclo Stirling en un motor de configuración alfa	41
Cuadro 6. Concentradores de facetas de vidrio	51
Cuadro 7. Superficie llena de concentradores parabólicos	51
Cuadro 8. Concentrador de membrana estirada	52
Cuadro 9. Comparación de los tres tipos de motor Stirling	53
Cuadro 10. Comparación de correlaciones por convección natural	63
Cuadro 11. Comparación de concentradores seleccionados	73

## LISTAS DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Línea de enfoque de la investigación	23
Figura 2. Esquema de las partes de un sistema solar térmico	24
Figura 3. Componentes de la radiación solar terrestre.	26
Figura 4. Tecnología de concentración térmica solar	26
Figura 5. Sistemas de concentración térmica	28
Figura 6. Descripción de un sistema de disco-parabólico	29
Figura 7. Concentrador comercial de disco parabólico	30
Figura 8. Cavidad del receptor	33
Figura 9. Comparación de los ciclos térmicos	34
Figura 10. Operación ciclo Stirling	35
Figura 11. Clasificación de los motores Stirling	38
Figura 12. Motor Stirling tipo gama	38
Figura 13. Motor Stirling tipo Beta	39
Figura 14. Motor Stirling tipo alfa	41
Figura 15. Descripción de un motor Stirling tipo V-alpha	42
Figura 16. Irradiación global media anual en Latinoamérica	43
Figura 17. Mapa nacional multianual.	44
Figura 18. Ángulo de borde de un concentrador parabólico	49
Figura 19. Partes de una parábola	49
Figura 20. Truncamiento de una parábola	54
Figura 21. Pérdidas en el receptor	59
Figura 22. Descripción de un receptor cilíndrico	61
Figura 23. Pérdidas por convección natural	63
Figura 24. Curva de eficiencia del motor Stirling por el sistema WGA	67
Figura 25. Diagrama general del modelo computacional.	68
Figura 26. Diagrama de flujo del modelo computacional	69
Figura 27. Velocidades promedio anuales en Uribía	87

## LISTA DE ECUACIONES

	pág.
Ecuación 1. Radiación global	26
Ecuación 2. Trabajo neto	36
Ecuación 3. Calor agregado	36
Ecuación 4. Calor rechazado	37
Ecuación 5. Eficiencia de un ciclo Stirling	37
Ecuación 6. Relación de longitud focal y diámetro de apertura	55
Ecuación 7. Profundidad de la parábola	56
Ecuación 8. Radio parabólico	56
Ecuación 9. Área del concentrador	56
Ecuación 10. Tamaño del receptor	57
Ecuación 11. Relación de concentración geométrica.	57
Ecuación 12. Factor de intercepción	58
Ecuación 13. Potencia Total interceptada por el receptor	59
Ecuación 14. Pérdidas totales de calor	59
Ecuación 15. Radiación por emisión	60
Ecuación 16. Absorbancia efectiva de la cavidad	61
Ecuación 17. Radiación por reflexión.	62
Ecuación 18. Convectividad total.	62
Ecuación 19. Coeficiente de convección Stine y McDonald	63
Ecuación 20. Correlación de convección Stine y McDonald	64
Ecuación 21. Coeficiente por convección natural	64
Ecuación 22. Coeficiente por convección forzada	65
Ecuación 23. Función del ángulo de inclinación	65
Ecuación 24. Pérdidas por convección	65
Ecuación 25. Pérdidas por conducción	65
Ecuación 26. Coeficiente convectivo en el exterior del receptor	66
Ecuación 27. Trabajo de entrada al motor Stirling	66
Ecuación 28. Eficiencia global como el producto de cada subsistema	66
Ecuación 29. Eficiencia global	67
Ecuación 30. Eficiencia del colector	67
Ecuación 31. Eficiencia del receptor	67
Ecuación 32. Eficiencia del motor Stirling	68
Ecuación 33. Potencia de salida del motor Stirling	68
Ecuación 34. Aproximación para la fracción de captura de flujo	102
Ecuación 35. Área en una cola de la curva normal	102
Ecuación 36. Límite de error	102
Ecuación 37. Función definida	102
Ecuación 38. Parámetro definido	102

## LISTA DE ANEXOS

	pág.
Anexo A. Promedio mensual de radiación global	98
Anexo B. Promedio horario de la radiación global	101
Anexo C. La fracción de captura de flujo	102
Anexo D. Características de algunos materiales	104

## LISTA DE SIMBOLO

Símbolos	Definición
$\alpha_{eff}$	Absorbancia efectiva de la cavidad
$\Psi_{rim}$	Angulo de borde
$\theta$	Ángulo de inclinación del receptor
$A_{ap}$	Área de apertura
$A_c$	Área del concentrador
$A_r$	Área del receptor
$h_{ext,rec}$	Coefficiente convectivo en el exterior del receptor
$h_{forzada}$	Coefficiente de convectividad forzada
$h_{natural}$	Coefficiente de convectividad natural
$h_{total}$	Coefficiente de convectividad total
$S$	Coefficiente de la correlación de convección Stine y McDonald
$K_{int}$	Conductividad del aislante
$K_{rec}$	Conductividad térmica del aire
$\sigma$	constante de Stefan Boltzman's
$\sigma_{total}$	Desviación total
$d_c$	Diámetro del concentrador
$R$	Distancia del punto R al punto V
$f$	Distancia focal
$\eta_{Concentrador}$	Eficiencia del concentrador
$\eta_{Motor}$	Eficiencia del motor
$\eta_{Receptor}$	Eficiencia del receptor
$\eta_{global}$	Eficiencia global
$\varepsilon$	Emisividad efectiva
$\varphi$	Factor de intercepción
$\Gamma$	Fracción de flujo reflejado
$f(\theta)$	Función del ángulo de inclinación
$I$	Irradiancia solar
$n$	Numero de desviaciones
$Gr$	Número de grashof
$Nu$	Numero de nusselt
$Pr$	Número de prandtl
$Re$	Numero de reynolds
$Q_{cond}$	Pérdidas por conducción
$Q_{conv}$	Pérdidas por convección
$Q_{rad,emi}$	Pérdidas por radiación emisiva
$P_{Bruta}$	Potencia bruta del motor Stirling
$P_{entrada,motor}$	Potencia de entrada del motor Stirling
$Q_{rad,ref}$	Potencia de la radiación reflejada



$Q_{rec}$	Potencia Total interceptada por el receptor
$Q_{cav}$	Potencia total interceptada por la cavidad
$h$	Profundidad de la parábola
$G$	Radiación global
$G_d$	Radiación solar difusa
$G_b$	Radiación solar directa
$G_r$	Radiación solar reflejada
$p$	Radio parabólico
$\rho$	Reflectancia
$T_L$	Sumidero
$W_n$	Tamaño del receptor
$T_{amb}$	Temperatura del ambiente
$T_{Rec}$	Temperatura del receptor
$W$	Trabajo

## RESUMEN

El presente trabajo de investigación, forma parte del resultado de analizar y describir un sistema de concentración solar parabólico con motor Stirling, basado en las condiciones de radiación solar en Colombia.

El modelo matemático que se desarrolla, tiene la finalidad de predecir el funcionamiento de un sistema de concentración solar a partir de la variación de datos de radiación solar del lugar, de los parámetros base para la construcción del concentrador solar térmico y de las temperaturas de un receptor con el fin de obtener eficiencias del sistema.

Se tiene en cuenta para efectuar el análisis del modelo, la selección de una zona determinada en Colombia que proporcione un alto recurso solar, además de la selección de un concentrador de disco parabólico y de un motor Stirling en el que se puedan obtener los datos mínimos de operación para llegar al análisis pertinente del funcionamiento del sistema.

Finalmente, el estudio previo a partir del modelo matemático predice el funcionamiento del sistema térmico solar de disco parabólico, según las características y dimensiones de componentes como el colector y el receptor del sistema, que se definen a partir de las condiciones climáticas del lugar, las propiedades ópticas del concentrador y las propiedades térmicas del receptor. El desarrollo de este modelo permite analizar factores como las eficiencias del sistema, pérdidas térmicas, potencia de entrada requerida por el motor Stirling y un estimado de la potencia de salida del motor a partir de la corrección de la curva de eficiencia según datos experimentales proporcionados por la literatura.

**PALABRAS CLAVE:** Energías alternativas, Disco parabólico, Receptor, Motor Stirling.

## INTRODUCCIÓN

Los sistemas de disco parabólico se han considerado en el estado del arte de la energía solar térmica de concentración como una de las más eficientes, pero a pesar de ello no ha tenido un impacto comercial fuerte en comparación de otras tecnologías como la energía fotovoltaica.

Colombia cuenta con zonas potenciales donde se genera un alto recurso solar, presentando ventajas para la implementación de sistemas parabólicos de concentración, sin embargo, existe una falta de información en cuanto al funcionamiento del sistema a partir de la variación de parámetros en el tipo de concentrador según su clasificación y las condiciones geográficas del lugar donde pueda llegar a implementarse<sup>1</sup>.

El proyecto tiene como objetivo “Determinar la relación entre el recurso solar disponible en Colombia y la energía mecánica entregada por un motor Stirling, variando el sistema de concentración” que para llegar a la determinación de este objetivo se requiere cumplir otros objetivos como:

- Seleccionar el tipo de motor Stirling y sistemas de concentración solar
- Plantear el modelo matemático que relacione el recurso solar disponible con la energía mecánica entregada por el motor.
- Implementar computacionalmente el modelo matemático planteado.
- Analizar los resultados obtenidos de la implementación.

Por lo tanto, el análisis del sistema se llevará a cabo por la implementación de un software, que permita interactuar por medio de una interfaz con variables iniciales de operación del sistema.

Se planteó una metodología de investigación que, a partir de libros y artículos, permitió definir las ecuaciones constitutivas y las condiciones iniciales de operación del sistema para desarrollar el objetivo general de la investigación, además de la selección de cada componente de un sistema de disco parabólico y la selección de una zona en Colombia para analizar el funcionamiento por medio de la utilización de un software como Python para la implementación del modelo.

Proyectos desarrollados en la universidad de EAFIT por García Campuzano, j. I. y Paris Londoño, I. s.<sup>2</sup> donde se evalúa el funcionamiento del motor en un sistema de concentración solar parabólico construido y elaborado por los autores con las

---

<sup>1</sup> IDEAM. Atlas Interactivo. Colombia. [Consultado el 06/15/2016]. Disponible en: <http://atlas.ideam.gov.co/visorAtlasRadiacion.html>

<sup>2</sup> GARCIA CAMPUZANO, José Luis y PARÍS LONDOÑO, Luis Santiago. diseño de un sistema prototipo de conversión de energía solar en potencia mecánica compuesto por un concentrador solar y un motor Stirling. p. 1-10

condiciones del recurso solar en la ciudad de Medellín y los artículos desarrollados por la universidad de baja california por Beltrán Ricardo y Velásquez Nicolás<sup>3</sup>, entre otros autores, plantean el desarrollo de un modelo en donde se tienen en cuenta todos los parámetros necesarios para evaluar el sistema y por lo tanto son pieza clave para el análisis del modelo y comparación de resultados.

La correcta utilización del software servirá como guía para implementar un sistema de energía solar de concentración térmica con las geometrías de un disco parabólico, un receptor que alimenta un motor y la capacidad de generar electricidad a partir de la conversión de energía térmica a la energía mecánica por un motor Stirling en una zona determinada en Colombia.

---

<sup>3</sup> BELTRAN, Ricardo, et al. Mathematical model for the study and design of a solar dish collector with cavity receiver for its application in Stirling engines. En: journal of mechanical science and technology. vol. 26, no. 10, p. 3311-3321

## 1. GENERALIDADES TEORICAS

A continuación, se presenta una descripción sobre el enfoque para entender los conceptos básicos durante el desarrollo y los resultados del proyecto.

### 1.1 ENERGIAS ALTERNATIVAS

Existen diferentes alternativas para obtener energía a partir de recursos que se generan o producen en una determinada zona, como lo son el viento, la luz solar, los saltos del agua, entre otros.<sup>4</sup> Estos recursos energéticos provienen generalmente de fuentes inagotables, ya que se renueva continuamente y por lo tanto su utilización es ilimitada.<sup>5</sup>

Las energías alternativas se pueden clasificar en:<sup>6</sup>

- Hidráulica
- Solar
- Eólica
- Biomasa
- Geotérmica
- Mareomotriz

De acuerdo con los diversos tipos de energías alternativas mencionadas, el presente proyecto se desarrolla empleando la energía solar, como se describe a continuación.

1.1.1 Energía solar. Se denomina energía solar a la luz y el calor proveniente del sol. El aprovechamiento de esta energía se puede dar de dos formas, la primera se conoce como sistemas pasivos, llamados así ya que no utilizan bombas, ventiladoras o intercambiadores de calor. Un ejemplo de estos sistemas pasivos son los colectores solares de placa plana para calentar agua. Por otra parte, el sistema activo utiliza dispositivos mecánicos (bombas, ventiladores o intercambiadores), generalmente se aplica en calefacción y proceso industrial de calor (IPH)<sup>7</sup>.

De acuerdo a los dispositivos que existen para la generación de electricidad a partir del sol, se clasifican en tres categorías principales<sup>8</sup>:

---

<sup>4</sup> VILORIA, J. R. Energías Renovables: Lo Que Hay Que Saber. España Paraninfo, S.A., 2012.

<sup>5</sup> SARDÓN, J. M. Energías Renovables Para El Desarrollo. España: paraninfo, S.A, 2008.

<sup>6</sup> VILORIA, J. R. Op. cit., p. 20

<sup>7</sup> GOSWAMI, D. Principles of Solar Engineering, Third Edition. 2015.p. 255. ISBN 1466563796.

<sup>8</sup> BLAZEY, A. S. Solar Technologies for the 21st Century. The Fairmont Press, Inc., 2013. p. 22.

- Térmica de alta temperatura (T)
- Fotovoltaica (PV)
- Híbrido (PV-T Y CPV-T) que es la combinación de las dos anteriores.

Las tres tecnologías de la clasificación anterior tienen características en común ya que están diseñadas para absorber la incidencia solar, esto quiere decir que cada tecnología recibe los rayos del sol y la convierte en: calor en el caso de la energía solar térmica, los paneles fotovoltaicos generan corriente DC y por medio de un inversor se pasa a corriente AC y la híbrida como una combinación de estas dos.<sup>9</sup> La clasificación de las diferentes tecnologías que existen actualmente en el mundo a partir de la energía solar, mencionadas por Anco S. Blazev<sup>10</sup> son las siguientes (ver Cuadro 1);

De las tecnologías anteriormente mencionadas, una de las más prometedoras en el futuro es la de energía solar térmica, como se ha mencionado, esta tecnología se basa en el principio de captar la energía solar y convertirla en energía eléctrica o en calor<sup>11</sup>. Los dispositivos con este principio, son los calentadores de agua de placa plana que están en su propia categoría, los colectores de disco parabólico, los cilindros parabólicos y los de torre de potencia están en una sub categoría llamada energía solar de concentración por sus siglas en inglés (Concentrating solar power) CSP.

Cuadro 1. Tecnologías que funcionan a partir de la energía solar

1. Tecnología solar térmica (T)	2. Tecnología Fotovoltaica (PV)	3. Tecnología híbrida solar
Colectores de Disco parabólico Colectores cilindro parabólico Torre de potencia Híbridos	Tecnología solar de silicio Tecnología solar de película fina Tecnología de concentración fotovoltaica (CPV)	Tecnología PV-T Tecnología CPV-T

Fuente: BLAZEY, A. S. Solar Technologies for the 21st Century. The Fairmont Press, Inc., 2013. p. 22.

Se estima que la capacidad instalada de esta tecnología CSP, se amplíe con los años de 20-35 GW para el 2025 y de 1000-2000 GW en 2050<sup>12</sup>, según el autor

<sup>9</sup> BLAZEY. Op. cit., p. 20.

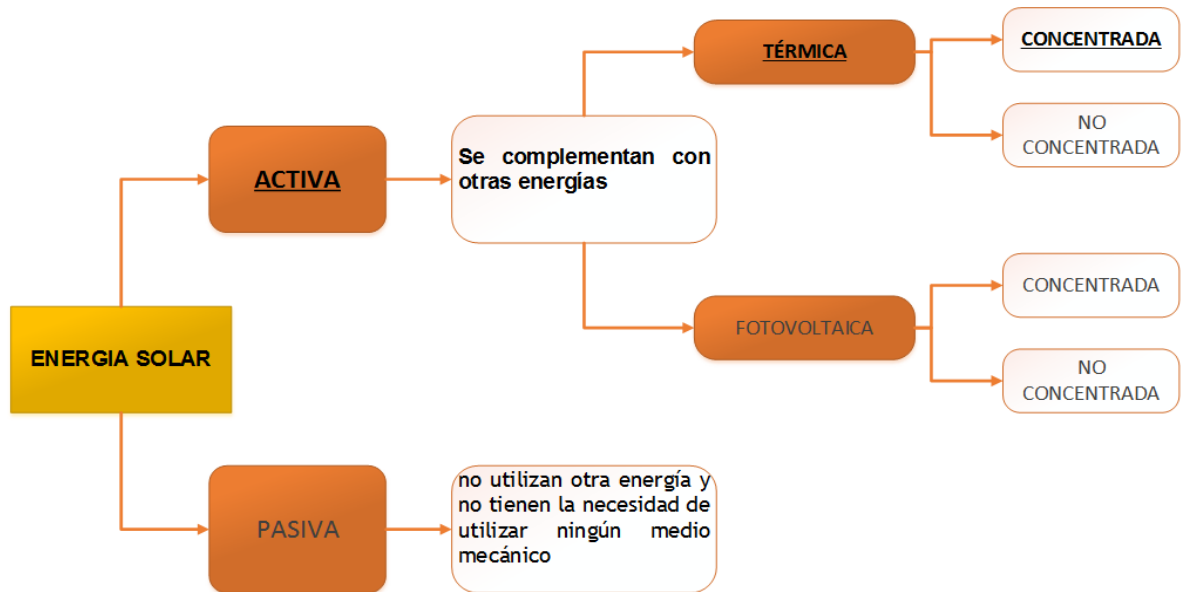
<sup>10</sup> BLAZEY. Op. cit., p. 20.

<sup>11</sup> BLAZEY. Op. cit., p.21.

<sup>12</sup> BLAZEY. Op. cit., p.20.

Blazev, Anco S.<sup>13</sup>.Lo anterior, es una de las razones por las cuales la investigación se enfoca en la línea de tecnologías CSP, especialmente en los dispositivos colectores de disco parabólico, pues es uno de los sistemas en el que su rango de eficiencia es mayor con respecto a las otras tecnologías de energía solar térmica (Ver figura 1) y de los cuales facilita su implementación como se detallará más adelante, ver figura 1.

Figura 1. Línea de enfoque de la investigación



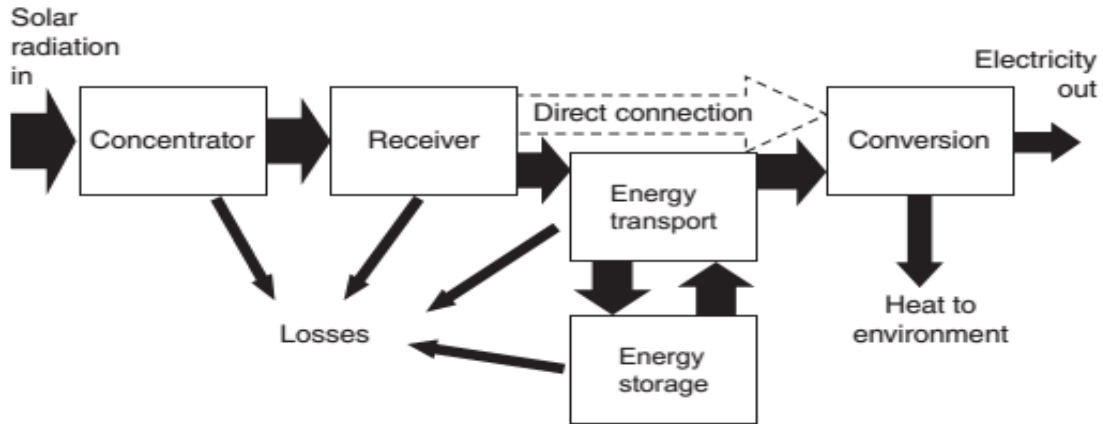
Fuente: RAMÍREZ PAREJA, D. M. Desarrollo De Un Modelo Termodinámico De Un Sistema Termosolar Disco-Stirling. Medellín, Colombia. Universidad Nacional de Colombia, 2015. p. 90.

1.1.2 Energía solar de concentración (CSP). La tecnología de concentración solar CSP tiene la capacidad de absorber los rayos del sol y concentrarlos en un área reducida sobre el receptor como se muestra en la figura 2. El receptor tiene la función de convertir la energía radiante en energía térmica que puede ser utilizada para impulsar un motor Stirling de forma directa o una turbina de vapor de forma indirecta<sup>14</sup>.

<sup>13</sup> BLAZEY. Op. cit., p.20.

<sup>14</sup> MILLAN, R., et al. Concentrating Solar Power Technology. 2012. P.16. ISBN 9781845697693.

Figura 2. Esquema de las partes de un sistema solar térmico



Fuente: MILLAN, R., et al. Concentrating Solar Power Technology. 2012. P.15. ISBN 9781845697693.

Los CSP funcionan a partir de la radiación solar, comprendida entre la región visible (0.38 a 0.75  $\mu\text{m}$ ), la infrarroja (0,75 aproximadamente a 100  $\mu\text{m}$ ) y la región ultravioleta (400nm a 15 nm). No toda la radiación del sol alcanza a llegar a la superficie de la tierra, ya que las ondas más cortas como las del rango ultravioleta, son absorbidas por los gases de la atmosfera.<sup>15</sup>

La magnitud que mide la radiación solar que llega a la tierra es la irradiancia, con unidades de potencia por unidad de superficie ( $\text{W}/\text{m}^2$ ). Según las medidas establecidas, la energía de la radiación solar a las afueras de la atmósfera terrestre, tiene una densidad media de  $1366 \text{ W}/\text{m}^2$ , conocida como la constante solar.<sup>16</sup>

La radiación solar al llegar a la superficie terrestre, sufre varios efectos debido a procesos de absorción y de dispersión.

- Absorción: La radiación solar genera una transferencia de energía a los constituyentes atmosféricos, disminuyendo su intensidad. Este proceso implica la absorción de determinadas longitudes de ondas, principalmente el ozono en el rango ultravioleta del espectro y en las del infrarrojo, el vapor de agua y el dióxido de carbono.<sup>17</sup>

<sup>15</sup>BENSE, Tomás. Interacciones Atmosféricas. [Consultado el 06/202016]. Disponible en: <http://www.teledet.com.uy/tutorial-imagenes-satelitales/radiaciones-electromagneticas.htm>

<sup>16</sup> CHEN, Julian. Physics of Solar Energy. Canada: John Wiley & Sons, 2011. 370 p. ISBN 978-1-118-04832-0



- **Dispersión:** La radiación al pasar por la atmosfera es desviada o reflejada, sin modificar sus características. Esto se debe a la interacción de la radiación con las moléculas de aire, agua (Vapor o gotas de condensado) y con las partículas en suspensión. Los rayos de ondas más cortas (violeta y azul), se dispersan más fácil, formando el color azulado del cielo.<sup>18</sup>

Estos procesos de absorción y dispersión provocan cambios en la dirección de la radiación solar y una considerable disminución de la energía.

En la figura 3, se distinguen los siguientes tipos de radiación, según los objetos situados en la superficie reciben la radiación solar.

- **Radiación solar difusa ( $G_d$ ):** Es un porcentaje de la radiación solar que proviene de la atmósfera por dispersión a la superficie terrestre, quiere decir que el rayo incidente se refleja uniformemente en todas las direcciones. La radiación difusa varía en un rango del 10% de la radiación global y hasta el 100% cuando el disco solar no está visible debido a la presencia de nubes.<sup>19</sup>
- **Radiación solar directa ( $G_b$ ):** Se denomina directa ya que tiene una trayectoria definida entre el sol y el punto de captación o la superficie terrestre del observador. Esta puede ser concentrada por lentes o reflectores. Esta radiación puede llegar a tener una fracción del 90% para días muy soleados y una fracción casi nula para días completamente cubiertos de nubes.<sup>20</sup> La radiación solar directa es medida a partir de pirheliómetros y es necesario para establecer el desempeño de colectores concentradores sobre superficies inclinadas.
- **Radiación reflejada ( $G_r$ ):** Es la radiación que llega a una superficie perpendicular a la terrestre, también conocida como albedo. Representa una fracción de más del 40% de la radiación global<sup>21</sup>.
- **Radiación global ( $G$ ):** Es la radiación total recibida sobre la superficie horizontal en la superficie del suelo, ver ecuación 1. El instrumento necesario para medir la radiación global es el pirómetro.<sup>22</sup>

---

<sup>17</sup> BENSE, Tomás. Naturaleza De Las Radiaciones Electromagnéticas. [Consultado el 06/202016]. Disponible en: <http://www.teledet.com.uy/tutorial-imagenes-satelitales/radiaciones-electromagneticas.htm>

<sup>18</sup> BENSE, Op. cit., p.20.

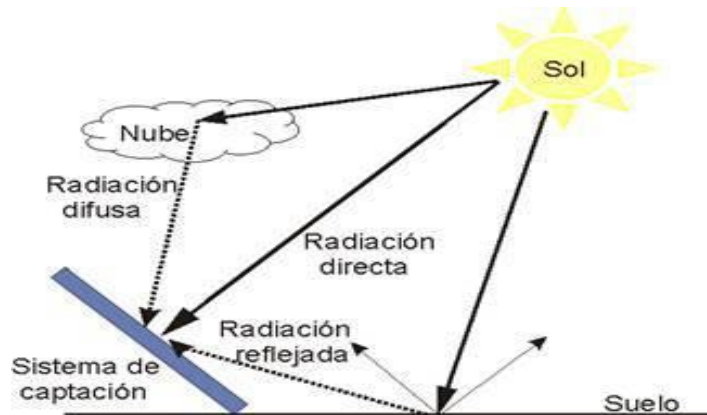
<sup>19</sup> KALOGIROU, Soteris A. Solar Energy Engineering: Processes and Systems. 2009. iv-iv p.78. ISBN 9780123745019

<sup>20</sup> DUFFIE, J.; BECKMAN, W. y WOREK, W. Solar Engineering of Thermal Processes, 2nd Ed. 1994. 67-67 p.10. ISBN 1118418123

<sup>21</sup> DUFFIE, Op., Cit. P. 10

<sup>22</sup> DUFFIE, J.; BECKMAN, W. y WOREK, W. Solar Engineering of Thermal Processes, 2nd Ed. 1994. 67-67 p.10. ISBN 1118418123

Figura 3. Componentes de la radiación solar terrestre.



Fuente: [Consultado el 16 de octubre del 2016]. [En línea]. <https://pedrojherandez.com/2014/03/08/radiacion-directa-difusa-y-reflejada/>

Ecuación 1. Radiación global.

$$G = G_b + G_d$$

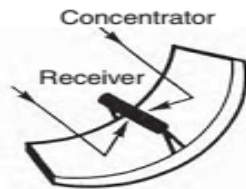
Donde  $G$  es la radiación global, la  $G_b$  es la radiación directa sobre el plano horizontal con un ángulo  $\theta$ , este ángulo forma un vector que une el sol con la tierra y la superficie horizontal correspondiente y  $G_d$  es la radiación difusa.

Ahora bien, Las tecnologías CSP se centra en tres tipos de concentradores (ver figura 4.a - 4.c):

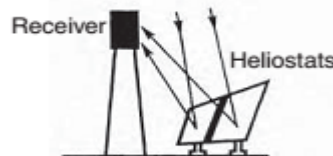
Cada dispositivo de esta tecnología varía en la configuración y posición del receptor, además de las características en los colectores parabólicos compuesto (CPC) (ver figura 4)<sup>23</sup>.

Figura 4. Tecnología de concentración térmica solar.

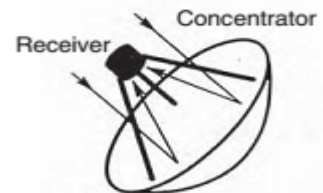
a. Receptor de canal



Receptor central



Receptor de plato



Fuente: CHEN, Julian. Physics of Solar Energy. Canada: John Wiley & Sons, 2011. 370 p. ISBN 978-1-118-04832-0

<sup>23</sup> DUFFIE, Op., cit., P. 11

- Los colectores cilindro parabólicos (ver figura 5.a) se caracterizan por tener espejos en forma de canal parabólico, concentran la luz solar en un tubo encapsulado de vidrio a lo largo de la línea focal del colector (Ver figura 4.a). El tubo contiene un líquido absorbente de calor, normalmente aceite, que calienta agua para generar vapor, además que funciona con un mecanismo seguidor del sol como los sistemas de disco parabólico. En comparación a los tres concentradores es uno de los más comerciales.<sup>24</sup>
- El receptor central de torre (ver figura 5.b) consiste en una serie de heliostatos (espejos con dos ejes de seguimiento) que concentran la luz solar en un receptor central montado sobre una torre<sup>25</sup> (ver figura 4.b). En comparación con la tecnología de colectores cilindro parabólico, es la que produce una concentración mucho más alta y por lo tanto una temperatura más alta del medio de trabajo.<sup>26</sup>
- Los colectores de disco parabólico (ver figura 5.c) siguen el sol para enfocar el calor en un área reducida (receptor), ver figura 4.c, a partir de un paraboloide tridimensional con el fin de accionar un motor térmico Stirling que está conectado a un generador eléctrico.<sup>27</sup>

Estos colectores ofrecen la eficiencia más alta en conversión de energía solar luego de la tecnología de receptor central, esto es debido a que presenta apertura directamente hacia el sol por medio de un sistema de seguimiento solar. Aunque son uno de los menos maduros comercialmente, se encuentran de hasta 24 m de diámetro.<sup>28</sup>

Tabla 1. Comparación de las alternativas de las tecnologías CSP

Tecnología	Relacion de concentración	Temperatura de operación	Ciclo de eficiencia Termodinámica
Receptor cilindro parabolico	100	300 – 500 °C	Baja
Receptor central de torre	1000	500-1000 °C	Moderada
Receptor de disco con motor	3000	800-1200 °C	Alta

Fuente: BREU, Fx; GUGGENBICHLER, S. y WOLLMANN, Jc. Wind and Solar Power Systems: Design, Analysis, and Operation. 2008. P.344

<sup>24</sup> BREU, Op. Cit., P.343.

<sup>25</sup> MILLAN, Op. Cit., P.8.

<sup>26</sup> BREU. Op. Cit., p.343.

<sup>27</sup> BREU. Op. Cit., p.342.

<sup>28</sup> MILLAN. Op. Cit., p. 10.

En la tabla 1, se comparan las características generales de cada una de las tecnologías ya mencionadas

Figura 5. Sistemas de concentración térmica

a) Colector solar parabólico.



b) Torre de potencia.



C) Disco Stirling.



Fuente: [Consultado el 16 de octubre del 2016]. [en línea].  
<http://www.evwind.com/2013/09/>

Fuente: [ Consultado el 16 de octubre del 2016]. [en línea].  
<http://www.revistaei.cl/informes-tecnicos/tecnologia-de-concentracion-solar-da-primeros-pasos-en-chile/>

Fuente: [Consultado el 16 de octubre del 2016]. [en línea].  
<http://www.revistaei.cl/informes-tecnicos/tecnologia-de-concentracion-solar-da-primeros-pasos-en-chile/>

## 1.2 SISTEMA DE CONCENTRACIÓN SOLAR DE DISCO PARABÓLICO

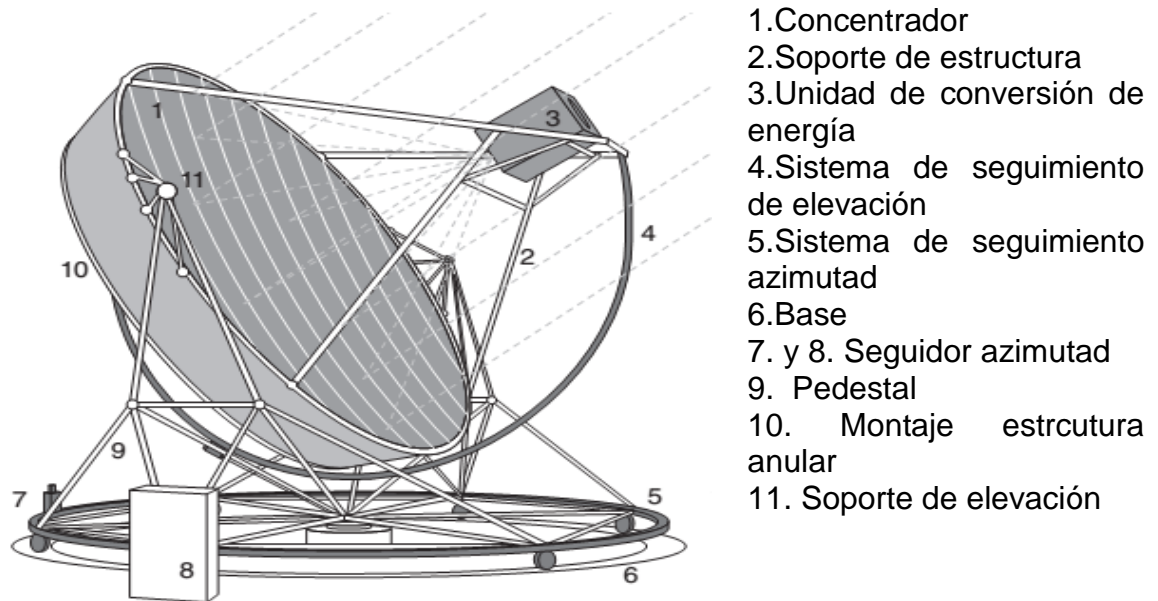
Como se ha mencionado en las secciones anteriores, los sistemas de disco parabólico tienen la particularidad de concentrar la luz por medio de un concentrador en forma de paraboloide sobre un receptor que está situado cerca del foco de una parábola, esta energía es transmitida a un motor térmico de alta eficiencia para la generación de energía eléctrica<sup>29</sup>.

Los componentes de un sistema de disco parabólico se describe en la figura 6:

---

<sup>29</sup> MILLAN, R., et al. Concentrating Solar Power Technology. 2012. P.288. ISBN 9781845697693

Figura 6. Descripción de un sistema de disco-parabolico



Fuente: MILLAN, R., et al. Concentrating Solar Power Technology. 2012. P.270. ISBN 9781845697693

1.2.1 Concentrador parabólico compuesto. En algunos casos denominado paraboloides debido a una rotación 3D de una parábola alrededor de su eje óptico<sup>30</sup>, ver figura 6. Los discos parabólicos forman parte de los concentradores parabólicos compuestos por sus siglas en inglés Compound Parabolic Concentrators (CPCs), estos concentradores tienen la característica de no formar imagen, ya que su objetivo es recoger la mayor cantidad de luz posible, dado que en comparación con la óptica Anidólica, que es la de superficies (espejos, lentes) están diseñados para llevar los rayos cerca del eje mas no a un foco<sup>31</sup>.

La luz recogida por el colector es reflejada en una área reducida llamada enfoque. El tamaño del enfoque depende de la precisión de la forma del concentrador, la superficie reflectiva que por lo general está compuesta de materiales metalizados, de vidrio o plásticos y la distancia focal, ver figura 7<sup>32</sup>.

<sup>30</sup> O' GALLAGHER, Joseph J. Nonimaging Optics in Solar Energy. 2008. 1-120 p. ISBN 1940-851X\r1942-4361

<sup>31</sup> O' GALLAGHER, Op., cit., p100.

<sup>32</sup> MILLAN, R., et al. Concentrating Solar Power Technology. 2012. P.285. ISBN 9781845697693

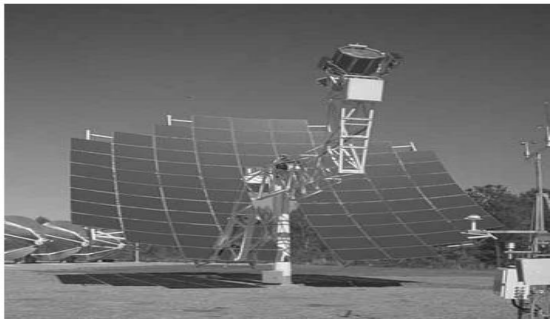

Figura 7. Concentrador comercial de disco parabólico



Fuente: [Consultado el 16 de octubre del 2016]. [en línea]. <https://themorningstarg2.wordpress.com/>



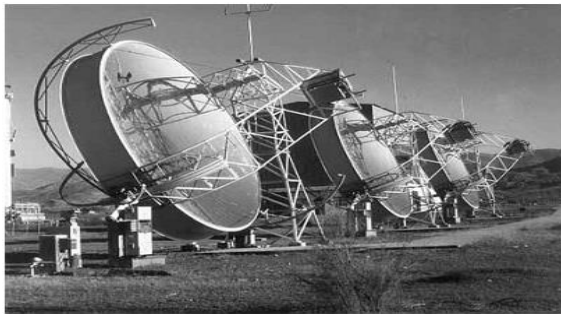
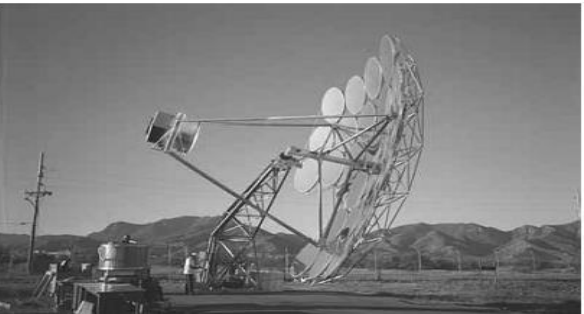
Las principales empresas que desarrollaron la tecnología CSP basada en motores Stirling y microturbinas fueron, United Stirling AB, Advanco Corporation, McDonnell Douglas Aerospace Corporation, (MDAC), NASA's Jet Propulsion Laboratory y el Departamento de Energía Americano (DOE)<sup>33</sup>. En el cuadro 2, se presenta un resumen de los sistemas disco- Stirling que han implementado a nivel mundial las empresas mencionadas<sup>34</sup>.

Cuadro 2. Sistemas disco Stirling

Concentrador McDonnell Douglas Corporation	La Jet plant en california
	
<p>En 1980 se fabricaron y probaron ocho sistemas de disco Stirling por McDonnell Douglas. Fue el primer prototipo, constaba de un disco Vanguard, con un receptor DIR y un motor Stirling de marca II ESAB 4-95.</p>	<p>En 1984 Los sistemas La jet 'solar plant 1' se construyeron en california, constaba de 700 platos de la misma tecnología de cummus con elementos de espejo de membrana estirada. De los 700 discos, 600 de ellos producían vapor saturado a 6Mpa y los 100 platos restantes se utilizaban para sobrecalentar a más de 460°C. La planta opero hasta 1990.</p>

<sup>33</sup> MILLAN. Op. Cit., p. 292.

<sup>34</sup> MILLAN. Op. Cit., p. 10.

Cuadro 2. Sistemas disco Stirling (continuación)	
Vanguard 1	Concentrador de membrana de metal
	
<p>En 1984 se construyó el primer prototipo comercial utilizando motor Stirling, es de 25 KW construido por Advanco en California del sur. El sistema está compuesto por un disco de cristal en facetas de 10,5 m de diámetro, receptor de radiación solar directa (DIR) y un Motor Stirling 4-95 Mark II.</p>	<p>En 1984 dos sistemas de 50 KW fueron instalados y operados en Riad, Arabia Saudita por (PAS) Schlaich Bergermann und Partner de Stuttgart, Alemania y otro en las instalaciones de centro aeroespacial alemán (DLR) en Lampoldhausen Alemania. Los platos fueron de 17 m de diámetro de membrana estirada, la superficie óptica se realizó mediante la unión de baldosas de vidrio delgadas.</p>
Generation I	Concentrador Cummins power generation CGP-460
	
<p>En 1989 la empresa Schlaich Bergermann und Partner construyó concentradores de 7,5 y 8,5 m, de membrana estirada equipados con un motor Stirling de 10 KW SOLO V160</p>	<p>En 1991, Cummins Power Generation desarrolló dos sistemas disco-Stirling. Uno de 7 KW para aplicaciones remotas y otro de 25 KW para la generación de energía conectada a la red. Constaban de facetas de membranas estiradas, receptores de calor de tubos y motores Stirling de pistón libre. Los dos programas terminaron en 1996.</p>

Fuente: MILLAN, R., et al. Concentrating Solar Power Technology. 2012. P.293. ISBN 9781845697693.



Como se menciona en el cuadro 2, los concentradores de disco parabólico se diferencian entre ellos por el diseño o la forma en que se fabricaron y construyeron. A continuación, se describirán las características de cada uno de estos tipos de concentradores, ver cuadro 3.

Cuadro 3. Tipos de concentradores

<p>a. Concentrador de facetas de vidrio</p>	<p>b. Superficie llena de concentradores parabólicos</p>
<p>Usa curvas esféricas, alineadas individualmente cada faceta de vidrio montada en una estructura. Cada espejo individual tiene pequeñas curvaturas y es relativamente fácil de fabricar y ensamblar con alta precisión. Tiene relación de concentración alta. Tienden a ser pesados y costosos. Requiere una alineación precisa de un gran número de espejo.</p>	<p>Se caracteriza porque toda la superficie forma un paraboloides. Tiene eficiencia óptica de aprox. 60%. Relación geométrica de 800. Proyectos con este tipo de concentrador:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ The General Electric PDC-1</li> <li>➤ The acurex 15 m</li> </ul>
<p>c. Concentrador de estirado de membrana</p>	
<p>Es uno de los concentradores diseñados para reducir los costos de fabricación. Incorpora membranas delgadas estirada sobre ambos lados de un anillo de metal. Las láminas pueden ser de plástico reflectantes y delgadas o delgadas de metal con un revestimiento reflectante aplicada a una de las dos membranas para proporcionar una concavidad.</p> <p>Faceta simple. Desarrollados por la firma Schlaich, Bergemann und Partner (SBP):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ PAS de 17 m plato de una sola faceta</li> <li>➤ PAS de 7,5 m sola faceta plato.</li> </ul> <p>Multifacético;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ La ventaja de concentradores multifacéticos es que la relación <math>f / d</math> para las facetas individuales es grande; por lo tanto, se requiere menos curvatura en la superficie de la faceta.</li> <li>➤ Concentrador multifacético Cummins Power Generation CPG-460 The DOE faceted</li> <li>➤ El concentrador de HTC Investigación Solar (Tabla 5-11, Figura 5-11)</li> </ul>	

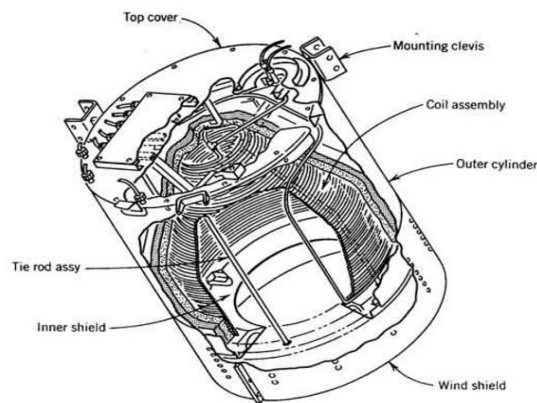
Fuente: STINE, WILLIAM B.; DRIVER, RICHARD B. The United States Department of Energy under. A Compendium of Solar Dish/ Stirling Technology. Albuquerque, California, 87185-0703.



1.2.2 Sistema de seguimiento. El sistema de seguimiento tiene como función seguir el movimiento del sol en el lugar donde se encuentre ubicado el sistema de concentración solar de disco parabólico, esto con el fin de reducir las pérdidas de concentración en el colector y aumentar la eficiencia del sistema capturando la mayor parte de irradiancia solar a través del día<sup>35</sup>.

1.2.3 Receptor. Como se define en la sección 1.1.2 y la sección 1.3.1 el enfoque del colector se encarga de concentrar la radiación de alta temperatura para transmitirla a un motor térmico el cual está conectado en una cara del receptor, ver figura 8.

Figura 8. Cavity del receptor.



Fuente: [Consultado el 20 de octubre del 2016]. [en línea].  
<http://www.powerfromthesun.net/Book>

1.2.4 Motor Stirling. La radiación concentrada en el disco parabólico, es reflejada en un área reducida, donde la energía térmica dentro de la cavidad receptora de alta temperatura, alimenta a un motor térmico de alta eficiencia conocido como motor Stirling, con el fin de generar energía eléctrica<sup>36</sup>.

Son motores totalmente herméticos que trabajan a partir de gases como (aire, helio o hidrógeno). Estos motores por lo general están conectados a un generador y se clasifican en diferentes tipos como se describen más adelante<sup>37</sup>.

El motor Stirling fue patentado en 1816 por el reverendo Robert Stirling (1790-1878) en Escocia, en su patente lo nombró como un motor térmico con regenerador,

<sup>35</sup> STINE, William y GEYER, Michael. Power from the Sun. <http://www.powerfromthesun.net/Book>

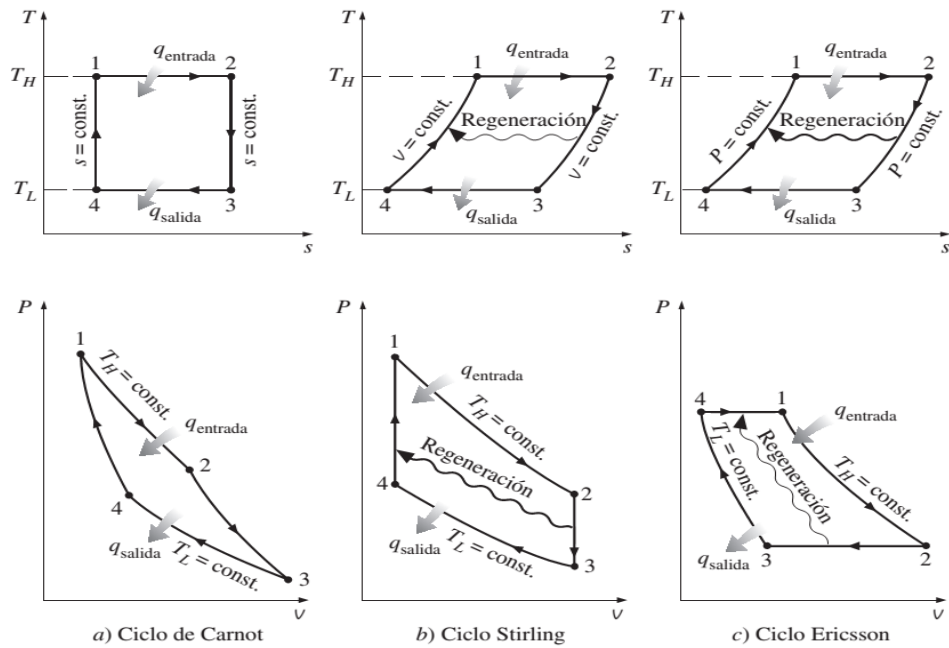
<sup>36</sup> MILLAN, R., et al. Concentrating Solar Power Technology. 2012. P.293. ISBN 9781845697693.

<sup>37</sup> CENGEL, Yunes y BOLES, Michael. Thermodynamic. 2 ed. McGrawHill, 2012. p 1042-1042.

también llamado economizador ya que dicho regenerador favorece la eficiencia del motor<sup>38</sup>.

Los motores térmicos se caracterizan por tener un ciclo termodinámico que describe su funcionamiento. El ciclo Stirling y Ericsson son dos ciclos que tienen la característica de ser totalmente reversibles, con un proceso de adición de calor isotérmico a  $T_H$  y un proceso de rechazo de calor isotérmico a  $T_L$ , ver figura 9<sup>39</sup>.

Figura 9. Comparación de los ciclos térmicos



Fuente: CENGEL, Yunes y BOLES, Michael. Thermodynamic. 2 ed. McGrawHill, 2012. 1042-1042 p

Los motores Stirling son conocidos por tener una eficiencia semejante a un ciclo ideal de Carnot reversible con la diferencia que de los dos procesos isentrópicos de Carnot son sustituidos por dos etapas de regeneración a volumen constante en el ciclo Stirling (ver figura 10)<sup>40</sup>. Esta etapa de regeneración se da a partir de una cámara denominada regenerador que contiene una malla de alambre, de cerámica o gasa metálica fina y funciona como un almacén temporal de energía, por lo general el regenerador se encuentra dentro de las fronteras del sistema. La energía que es almacenada y liberada se considera como un cambio de energía interna sin afectar

<sup>38</sup>MARTINI, William R. Stirling Engine Design Manual. 2 ed. CreateSpace Independent Publishing Platform, 2013, 1983. 414 páginas p. ISBN 1482063034, 9781482063035

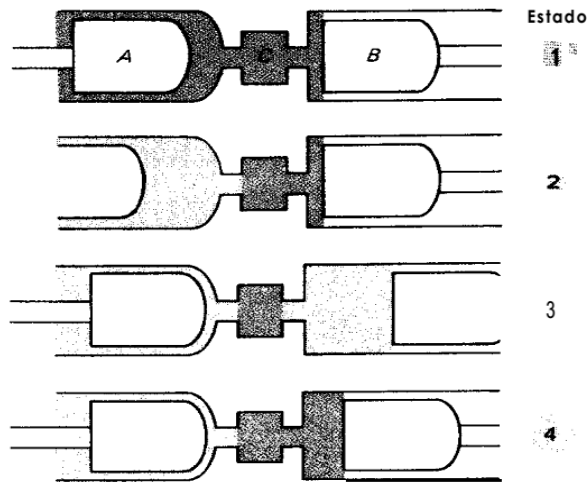
<sup>39</sup> CENGEL. Op. Cit., p. 298.

<sup>39</sup> CENGEL. Op. Cit., p. 295.

<sup>40</sup> CENGEL. Op. Cit., p. 292

la primera ley escrita para el ciclo Stirling donde se considera el trabajo del fluido como la masa de control.<sup>41</sup>

Figura 10. Operación ciclo Stirling



Fuente: HOWELL, John R., Principios De Termodinámica Para Ingenieros. 2013. p.291 ISBN 9788578110796

1.2.4.1 Ciclo Stirling. El ciclo Stirling emplea un fluido compresible como fluido de trabajo y se caracteriza por tener un proceso de adición de energía a temperatura constante, seguido de un proceso a volumen constante; luego, para completar el ciclo, hay un rechazo de energía a temperatura constante y cumpliendo su ciclo reversible, regresa a su estado inicial con otro proceso a volumen constante (ver figura 9-b, grafica T-S). de esta manera se concluye en el ciclo dos evoluciones isocoras y dos evoluciones isotérmicas<sup>42</sup>.

La operación del ciclo con una configuración de dos pistones A y B, además de un regenerador C, se explica a continuación, tomando como referencia el autor, John R. Howell<sup>43</sup>;

<sup>41</sup> HOWELL, John R., Principios De Termodinámica para Ingenieros. 2013. 1689-1699 p. ISBN 9788578110796

<sup>42</sup> HOWELL, John R., Principios De Termodinámica Para Ingenieros. 2013. 1689-1699 p. ISBN 9788578110796

<sup>43</sup> HOWELL, John R., Principios De Termodinámica Para Ingenieros. 2013. p.291 ISBN 9788578110796

1-2 expansión a  $T_H =$  constante, (adición de calor de una fuente externa);  
 En el estado 1 se transfiere calor hacia el fluido de trabajo en el cilindro del pistón A, generando la expansión del gas en el cilindro y este a su vez se desplaza hacia la izquierda con una velocidad suficiente para mantener la temperatura constante del gas hasta llegar al estado 2.

2-3 regeneración a  $v =$  constante, (transferencia de calor interna desde el fluido de trabajo hacia el regenerador);  
 Al llegar al estado 2, los dos pistones se desplazan a la derecha a la misma velocidad, de esta manera se mantiene constante el volumen del gas pasando por la malla o regenerador, la cual en ese instante se encuentra a menor temperatura debido al estado 1.

3-4 compresión a  $T_L =$  constante, (rechazo de calor a un sumidero externo);  
 En el estado 3, todo el gas frío se encuentra en el pistón B, este se mueve a la izquierda mientras que el pistón A se mantiene fijo; simultáneamente se transfiere calor desde el gas de tal manera que la temperatura del gas se mantiene constante durante la compresión.

4-1 regeneración a  $v =$  constante, (nuevamente, transferencia de calor interna desde un regenerador hacia el fluido de trabajo):  
 En el estado 4 se mantiene el volumen constante como en el estado 1, desplazándose los dos pistones hacia la izquierda, manteniendo el gas a volumen constante y a su vez siendo forzado a pasar por el regenerador. El regenerador gana calor para luego cederlo al gas frío, de esta manera se ve reflejada la disminución de la temperatura en el material del regenerador. El ciclo vuelve a su estado 1 y el regenerador queda listo para recibir la energía del ciclo nuevamente. La transferencia de calor se genera en los procesos isotérmicos 2-3 y 4-1 son de la misma magnitud, pero con signo contrario. El proceso 2-3 tiene adición de calor, o calor positivo; El proceso 4-1 tiene rechazo de calor, o calor negativo. El trabajo que se realiza en un ciclo Stirling, se expresa de la siguiente manera;

Ecuación 2. Trabajo neto.

$$Wk_{neto} = Q_{agregado} - Q_{rechazado}$$

El trabajo para los procesos isotérmicos, se definen;

Ecuación 3. Calor agregado

$$Q_{agregado} = Q_{34} = T_H(S_4 - S_3) = RT_H \ln \frac{V_4}{V_3}$$

#### Ecuación 4. Calor rechazado

$$Q_{rechazado} = Q_{12} = T_L(S_2 - S_1) = RT_L \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Donde:

$T_H$  = Fuente de calor

$T_L$  = Sumidero

$S_{4-3}$  = Entropía agregada

$S_{2-1}$  = Entropía rechazada

$Q_{34}$  = Calor agregado

La eficiencia de una maquina térmica con ciclo Stirling con un fluido de trabajo como gas ideal, es igual a del ciclo de Carnot y se expresa de la siguiente manera<sup>44</sup>;

#### Ecuación 5. Eficiencia de un ciclo Stirling

$$\eta_T = 1 - \frac{q_{rechazado \text{ o salida}}}{q_{agregado \text{ o entrada}}} = 1 - \frac{RT_L \ln \frac{V_2}{V_1}}{RT_H \ln \frac{V_4}{V_3}} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

Puesto que  $V_1 = V_4$  y  $V_2 = V_3$ .

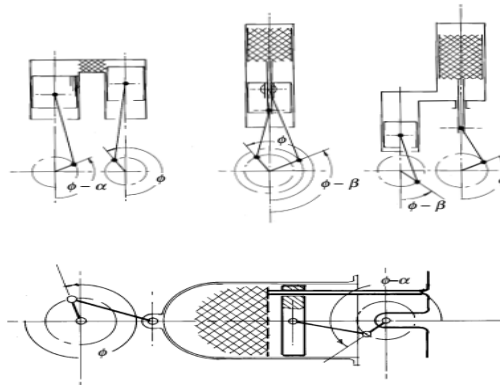
1.3.4.2 Clasificación. Los motores Stirling se clasifican en tres tipos: gama, beta y alfa. El motor tipo alfa utiliza dos pistones, ambos pistones comprimen el gas de trabajo del espacio frío al espacio caliente, este modelo tiene un regenerador, un calentador y un enfriador con un ángulo  $\alpha$  entre las manivelas, ver figura 12. Los otros dos modelos, beta y gama, tienen a su disposición un pistón y un desplazador; El pistón realiza el trabajo de compresión y expansión mientras que el desplazador realiza la transferencia de gas de la zona caliente a la zona fría. Se le denomina arreglo beta cuando el desplazador y el pistón de potencia están en línea con un ángulo ( $\beta$ ), Ver figura 11, y la diferencia de ángulo entre el pistón y el desplazador se denomina gama.<sup>45</sup>

---

<sup>44</sup> CENGEL, Y. A. y BOLES, M. A. Termodinámica. 2 ed. McGrawHill, 2012. P. 510.

<sup>45</sup> FINKELSTEIN, Theodor y ORGAN, Allan J. Air Engines: The History, Science, and Reality of the Perfect Engine. New York: 2001. 288-288 p. ISBN 0791801713

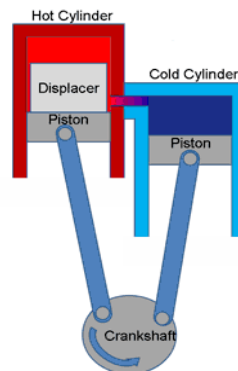
Figura 11. clasificación de los motores Stirling



Fuente: FINKELSTEIN, Theodor y ORGAN, Allan J. Air Engines: The History, Science, and Reality of the Perfect Engine. New York: 2001. 288-288 p. ISBN 0791801713

- Tipo gama. El tipo gama es un motor común entre los motores Stirling, se caracteriza por tener dos cilindros separados, uno de ellos es un cilindro desplazador y otro cilindro de potencia; están unidos entre sí por un volante de inercia, ver figura 12.<sup>46</sup> La principal desventaja de este tipo de motores, es la unión del tubo de los dos cilindros, ya que constituye un espacio muerto que genera la ineficiencia<sup>47</sup>.

Figura 12. Motor Stirling tipo gama.



Fuente: [Consultado el 4 de octubre de 2016]  
 Disponible en  
 <[http://www.mpoweruk.com/stirling\\_engine.htm](http://www.mpoweruk.com/stirling_engine.htm) >

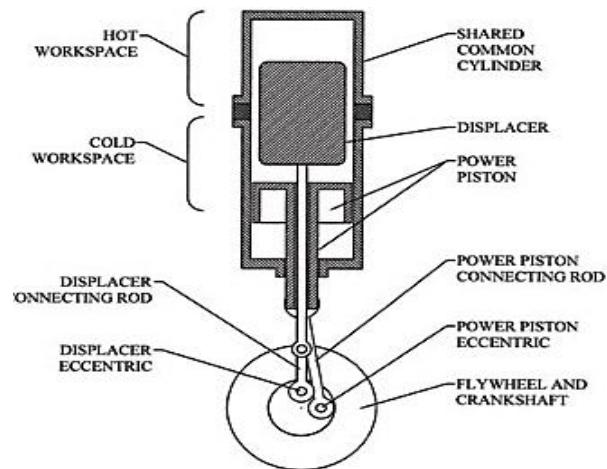
<sup>46</sup> DARLINGTON, Roy y STRONG, Keith. Stirling and Hot Air Engines. ISBN 9781861266880

<sup>47</sup> DARLINGTON, Roy. Op. Cit., p. 10.

Esta configuración de motores Stirling tiene la característica de mantener una cantidad fija de fluido dentro de los cilindros, puesto que la cavidad es hermética por el sellamiento que se genera en las paredes del cilindro y del pistón. El desplazador tiene un ajuste con juego dentro del cilindro caliente con el fin de que este se mueva de arriba hacia abajo permitiendo circular el gas por ambos cilindros.<sup>48</sup>

- Tipo beta. El primer motor patentado por el reverendo Robert Stirling fue el modelo beta o conocido también como concéntrico. Este motor se caracteriza por tener un pistón desplazador y un pistón de potencia, ambos contenidos en un mismo cilindro y unidos por un volante de inercia o cigüeñal común, formando un ángulo de desfase entre ellos de 90 grados. El desplazador se encarga de trasladar el fluido de trabajo a los espacios caliente y frío. Estas zonas están ubicadas a los extremos de la cámara<sup>49</sup>, Ver figura 13.

Figura 13. Motor Stirling tipo beta



Fuente: [Consultado el 4 de octubre de 2016]. Disponible en <https://scholar.lib.vt.edu/ejournals/JOTS/v37/v37n2/foster.html>

La configuración Beta es considerada como una de las más eficientes por el autor *Roy Darlington*, debido a dos razones<sup>50</sup>.

1. En comparación con los otros dos tipos de motores Stirling, la beta tiene menos espacio muerto ya que no están separados los cilindros.

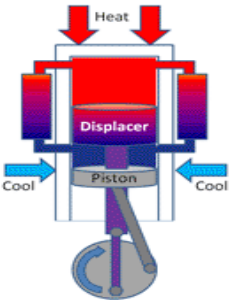
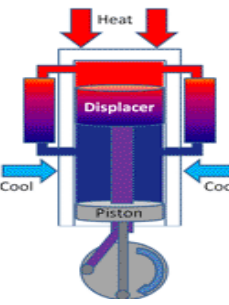
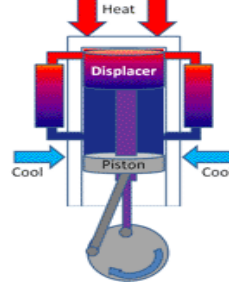
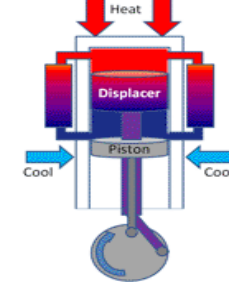
<sup>48</sup> [Consultado el 4 de octubre de 2016] Disponible en <http://www.mpoweruk.com>

<sup>49</sup>DARLINGTON, Roy y STRONG, Keith. Stirling and Hot Air Engines. P. 52 ISBN 9781861266880

<sup>50</sup>DARLINGTON, Roy y STRONG, Keith. Stirling and Hot Air Engines. P.52. ISBN 9781861266880

2. En una parte del ciclo los dos pistones se acercan generando mayor turbulencia, entre mayor es la turbulencia, mejores son los resultados.

Cuadro 4. Ciclo Stirling con un motor tipo beta.

	
<p>En la cámara caliente a medida que se calienta el gas por medio del concentrador de disco, el cilindro se expande y es forzado por el regenerador en el extremo frío del cilindro.</p>	<p>El gas se desplaza hacia la cámara fría, mientras que el desplazador continúa ascendiendo en la cámara caliente y empuja el pistón hacia abajo.</p>
	
<p>El desplazador llega a su punto límite superior de carrera transfiriendo todo el gas al extremo frío, en esta zona se enfría aún más y se contrae el gas, al mismo tiempo el pistón sube siguiendo al desplazador.</p>	<p>El desplazador empieza a descender y el pistón continúa ascendiendo, el gas se transfiere del extremo frío al extremo caliente del cilindro, dando inicio al ciclo nuevamente.</p>

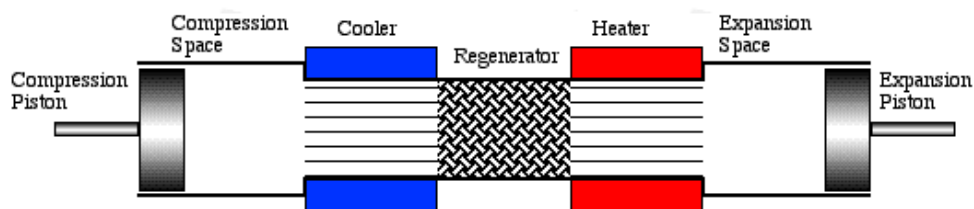
Fuente: [Consultado el 4 de octubre de 2016] Disponible en <<http://www.mpoweruk.com>>

- Tipo alfa. Este modelo consta de dos cilindros independientes, conectados en serie por un calentador, el refrigerador y el regenerador, que absorbe y cede calor (figura 15). El movimiento entre estos dos pistones es a 90 grados de desfase respecto al otro por medio de un cigüeñal, ver figura 14 <sup>51</sup>.

<sup>51</sup> DARLINGTON, Roy y STRONG, Keith. Stirling and Hot Air Engines. P. 32. ISBN 9781861266880



Figura 14. Motor Stirling tipo alfa.



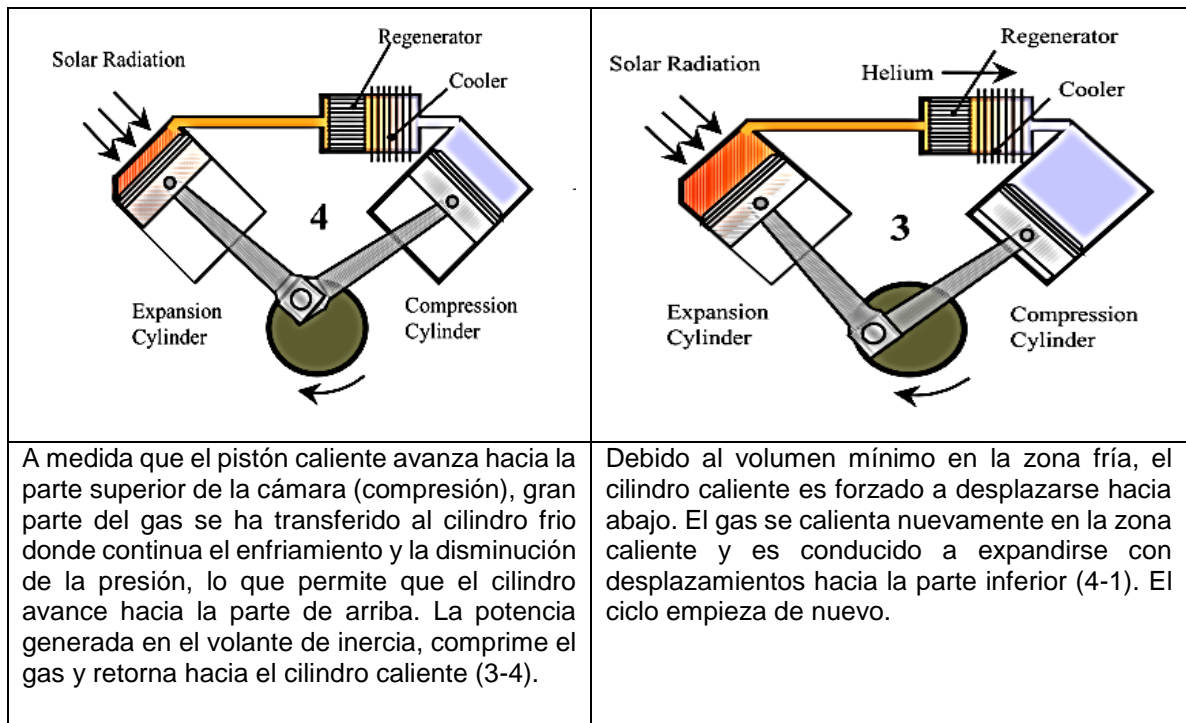
Fuente: [Consultado el 4 de octubre de 2016] Disponible en <http://www.mpoweruk.com>

Dentro de cada cámara del motor Stirling tipo alfa se encuentra herméticamente sellada una cantidad fija de fluido de trabajo, uno de zona caliente y otro de zona fría. A continuación, se describirá el proceso que realiza el motor para generar energía eléctrica a partir de la concentración solar, ver cuadro 5.

Cuadro 5. Descripción del ciclo Stirling en un motor de configuración alfa.

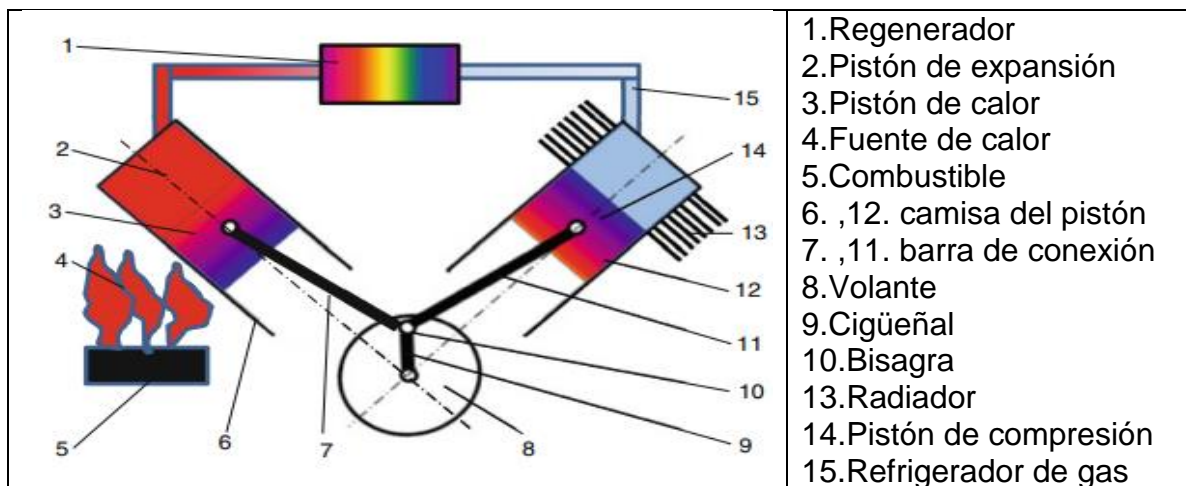
<p>El fluido de trabajo se calienta por la radiación solar concentrada del colector, se expande creando un desplazamiento hacia abajo del cilindro. la expansión continúa ejerciendo trabajo al gas conduciéndolo hacia la zona fría del otro cilindro, produciendo de la misma manera un empuje hacia abajo (1-2).</p>	<p>Cuando el gas se encuentra en su máximo volumen en la zona fría, el mecanismo de biela manivela transmite energía al cigüeñal para desplazar el cilindro en la zona cliente hacia la parte superior de la cámara. En el cilindro frio se disminuye la presión del gas, esto debido a la baja temperatura causada por la refrigeración en esa cámara y el paso del gas en el regenerador, donde se almacena calor (2-3).</p>

Cuadro 5. Descripción del ciclo Stirling en un motor de configuración alfa. (continuación)



Fuente: SCHLAICH BERGERMANN, & Partner GbR. Euro Dish - Stirling System Description. p. 1-9

Figura 15. Descripción de un motor Stirling tipo V-alpha.



Fuente: BADEA, Nicolae. Design for Micro-Combined Cooling Heating, and Power Systems. London: 2015. 1-352 p. ISBN 978-1-4471-6253-7

## 1.2 RADIACIÓN EN COLOMBIA

En Colombia el instituto de hidrología, meteorología y estudios ambientales (IDEAM), genera anualmente el reporte de la medición del recurso solar en términos de la irradiación global horizontal; esta información es necesaria para evaluar el potencial en una región en particular.<sup>52</sup>

La magnitud de radiación instantánea esta expresada en unidades de potencia por unidad de superficie  $\left(\frac{\text{Energía}}{\text{Área} \cdot \text{Tiempo}}\right)$ , esta irradiación constituye la suma de las componentes directa y difusa.<sup>53</sup>

En la figura 16, se muestra un mapa de Latinoamérica con la distribución de la irradiación global horizontal media recibida en superficie, proporcionada por el IDEAM, donde Colombia tiene valores de irradiación global horizontal media entre 5,5 y 6,0 KWh/m<sup>2</sup> por día.

Figura 16. "Irradiación global media anual en Latinoamérica.



Fuente: IDEAM. Atlas Interactivo. Colombia. [Consultado el 15 de junio 2016]. Disponible en: <http://atlas.ideam.gov.co/visorAtlasRadiacion.html>

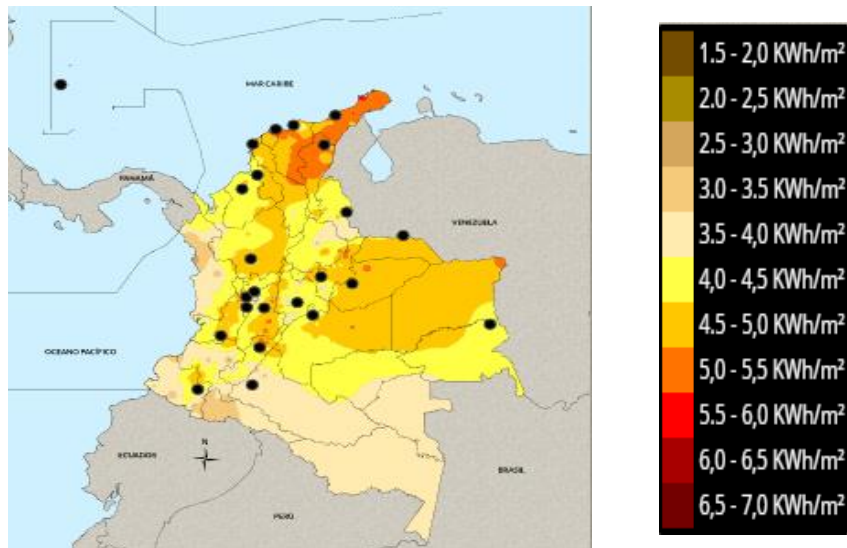
Regiones como en el norte del caribe con una irradiación máxima entre 5,5 y 6,0 kWh/m<sup>2</sup> por día (2000 y 2200 kWh/m<sup>2</sup> por año) y en la región pacífica con una irradiación mínima entre 3,0 y 3,5 kWh/m<sup>2</sup> por día (1100 y 1280 kWh/m<sup>2</sup> por año).

<sup>52</sup> IDEAM. Atlas Interactivo. Colombia. [Consultado el 06/15/2016]. Disponible en: <http://atlas.ideam.gov.co/visorAtlasRadiacion.html>

<sup>53</sup> IDEAM. Atlas Interactivo. Colombia. [Consultado el 06/15/2016]. Disponible en: <http://atlas.ideam.gov.co/visorAtlasRadiacion.html>

1.3.1 Irradiación solar en Colombia. Mediante la revisión del mapa anual de irradiación global horizontal más reciente en Colombia y con el fin de identificar cual zona de la región caribe, ofrecerá mayor potencial del recurso solar y a su vez como es su radiación mensual en el año, ver figura 17.

Figura 17. Mapa nacional multianual.



Fuente: Ideam. Atlas Interactivo. Colombia. [Consultado el 06/15/2016]. Disponible en: <http://atlas.ideam.gov.co/visorAtlasRadiacion.html>

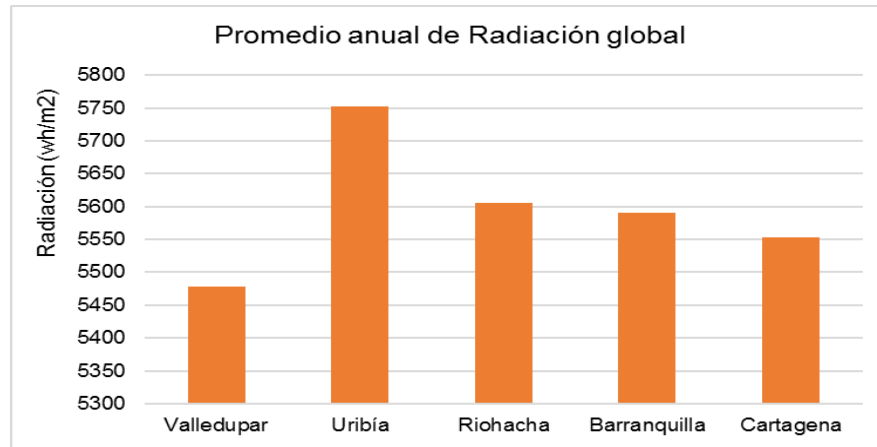
Los puntos negros en el mapa ver figura 17, representan las estaciones meteorológicas para la medición de la radiación, que permiten generar una tabla de datos para evaluar el comportamiento de la radiación a lo largo del año.

Como se mencionó anteriormente, la región caribe cuenta con la mayor irradiación global, que oscila entre 5,0 y 5,5 kWh/m² por año. Las zonas que se identifican en esta región con mayor radiación solar son: Uribía, Riohacha, Valledupar, Barranquilla y Cartagena.

Para las zonas que anteriormente mencionadas, se analizan, empleando un histograma, los promedios anuales de radiación global de cada una, ver Grafica 1; con el fin de identificar la zona con mayor promedio. Los datos en el histograma fueron proporcionados por el IDEAM<sup>54</sup>.

<sup>54</sup> IDEAM. Atlas Interactivo. Colombia. [Consultado el 06/15/2016]. Disponible en: <http://atlas.ideam.gov.co/visorAtlasRadiacion.html>

Gráfica 1. Promedio anual de radiación global



Fuente: IDEAM. Atlas Interactivo. Colombia. [Consultado el 06/15/2016]. Disponible en: <http://atlas.ideam.gov.co/visorAtlasRadiacion.html>

Con el fin de analizar el modelo matemático, según el recurso solar proporcionado en las anteriores ciudades, se hace selección de una única zona de la región caribe, que pueda asegurar que el sistema contará con el mayor recurso solar disponible, por lo que se continúa en el análisis a partir de histogramas de promedios mensuales de la radiación global, donde se puede apreciar la radiación en  $W/(h \cdot m^2)$  por mes, ver anexo A.

1.3.2 Criterios para la toma de decisión. Se tendrán en cuenta los siguientes criterios para la selección de la zona:

1. Irradiancias anuales mayores de  $5,0 \text{ KWh}/m^2$
2. Zonas que cuente con promedios anuales de radiación global mayores a  $67000 \text{ Wh}/m^2$ .
3. Zonas con el mayor número de horas al día con irradiancias mayores a  $800 \text{ W}/h \cdot m^2$

1.3.3 Selección de la zona. Como anteriormente se mencionó, la zona norte de Colombia anualmente presenta en cada reporte del IDEAM irradiancias mayores a  $5.0 \text{ KWh}/m^2$ . Es por esta razón que se comparan las ciudades que tienen mayores promedios anuales en dicha zona, de esta manera se aplica el primer criterio de decisión.

Las ciudades que se comparan en la gráfica 1, se seleccionaron a partir de una tabla detallada de los promedios mensuales de irradiación global en cada una de las estaciones de medición ubicadas en cada departamento.

A partir de la gráfica 1, se evidencia que las ciudades con mayor promedio anual de radiación global son Uribía y Riohacha en el municipio de la guajira con valores de promedios anuales de irradiancia de  $67269 \text{ Wh/m}^2$  y  $67069 \text{ Wh/m}^2$ , respectivamente, y que además estas dos ciudades cumplen con el segundo criterio de selección, ya que los promedios anuales de irradiancia son mayores a  $67000 \text{ Wh/m}^2$ , estos datos se pueden ver con detalle en el Anexo A.

Finalmente, para seleccionar la zona con mayor recurso solar en Colombia, se dispone de tablas de promedios horarios de radiación proporcionadas por el IDEAM, en las cuales se busca que alguna de estas dos ciudades, Uribía y Riohacha, cumpla el tercer criterio de selección: la zona con el mayor número de horas al día en la que proporcione un recurso solar de irradiancia mayor a  $800 \text{ Wh/m}^2$ , Se toma este valor de irradiancia como referencia, ya que los concentradores parabólicos son diseñados para una radiación solar de  $1000 \text{ Wh/m}^2$ , según el autor Stine<sup>55</sup>, ver anexo B .

El promedio horario de la radiación  $\text{Wh/m}^2$  de Uribía y Riohacha, permite ver los rangos del promedio de radiación diario en el año en ciertas horas del día, en el cual Riohacha tiene en promedio de 1 hora en el año con irradiaciones mayores  $800 \text{ Wh/m}^2$ , en cambio Uribía tiene 17 horas en el año con irradiaciones mayores  $800 \text{ Wh/m}^2$ , cumpliendo el tercer criterio de decisión, el municipio más acorde para realizar la prueba del modelo matemático es Uribía. En la tabla 6 se describe las condiciones de operación de Uribia.

---

<sup>55</sup> STINE, WILLIAM B. y DRIVER, RICHARD B. The United States Department of Energy under. A Compendium of Solar Dish/ Stirling Technology. Albuquerque, California, 87185-0703.

## 2. METODOLOGÍA

En este capítulo se describe la metodología en la implementación del modelo matemático y el procedimiento correspondiente para evaluarlo. Por otro lado, se describen los criterios para la selección de los componentes principales del sistema de concentración solar disco Stirling con el fin de utilizarlos en el modelo.

A partir de los factores que afectan el diseño de los sistemas disco Stirling, se establecen criterios como, las dimensiones (ángulo de borde, diámetro y distancia focal), el material y la forma del disco concentrador, además de los diámetros de apertura y la forma del receptor según las variables climáticas, por lo que son importantes explicarlos antes de los criterios de selección para el concentrador. Los factores son tomados por los autores, A. Z. Hafez, Khaled El-Metwally, entre otros<sup>56</sup>, y se explican a continuación:

- Material del disco concentrador. El material del concentrador es un factor importante en la radiación reflejada, concepto que se explica más adelante, y se tiene en consideración en el proceso de manufactura del disco parabólico<sup>57</sup>.

La reflectividad en los concentradores permite el paso de un porcentaje alto o bajo de radiación en el receptor, por ejemplo, los concentradores que utilizan placas de plata permite un porcentaje del (95%), de aluminio un (90%), las placas de acero inoxidable pulidos (50%), en el anexo C se puede ver con más detalle la capacidad reflectiva de otros materiales<sup>58</sup>.

Una de las superficies reflectantes más duraderas es el vidrio de plata con una reflectividad del (90 – 94 %), que depende del espesor y del contenido de hierro<sup>59</sup>.

- La forma de los concentradores y de los receptores. La forma de los reflectores afecta el diseño y fabricación del concentrador<sup>60</sup>. En el capítulo 1, se nombraron diferentes tipos de concentradores parabólicos o de arreglo de espejos, como los de espejos planos, espejos parabólicos y espejos esféricos.
- Diámetro del concentrador del disco parabólico. El diámetro o tamaño del concentrador depende de la potencia requerida por el motor Stirling

---

<sup>56</sup>HAFEZ, A. Z.; ISMAIL, Ibrahim y EL-METWALLY, Khaled. Design analysis factors and specifications of solar dish technologies for different systems and applications.

<sup>57</sup> HAFEZ, A. Z. Op., cit.

<sup>58</sup> HAFEZ, A. Z. Op., cit.

<sup>59</sup> HAFEZ, Op., cit.

<sup>60</sup>HAFEZ, Op., cit.

normalmente diseñados para una radiación solar de  $1000 \text{ W/m}^2$ <sup>61</sup> (factor que se tiene en cuenta para la selección de la zona en la sección 1.3.2).

Los concentradores de disco parabólicos generalmente tienen diámetros de 1-20 m y superficies de 5-200 m<sup>2</sup>. El ouederni AR, probó un concentrador parabólico de 2.2 m de diámetro con una placa reflectante aproximadamente de 0.85 que alcanza temperaturas del receptor a 380 °C<sup>62</sup>.

- Tamaño de apertura del área del concentrador. El tamaño de la superficie sobre el cual incide la energía solar, define la cantidad de energía solar térmica entregada al receptor y por ende al motor Stirling<sup>63</sup>.
- Radiación solar en el concentrador. La radiación solar reflejada por el concentrador al receptor para absorber la energía térmica y posterior a esto, generar trabajo al motor Stirling para impulsar un generador y producir energía eléctrica<sup>64</sup>.

Shuai, yong <sup>65</sup> y otros autores, evaluaron cinco geometrías para la cavidad receptora usando el método de monte-carlo para evaluar la uniformidad del flujo de radiación, los resultados indicaron que la geometría de la cavidad tiene un efecto significativo sobre la distribución general del flujo de radiación.

- Distancia focal del disco parabólico. La distancia focal definida como la distancia desde el vértice al foco, tiene relación con el diámetro del concentrador por el truncamiento que se genera a diferentes ángulos de borde, que es explicado más adelante, ver ecuación 12<sup>66</sup>.
- El diámetro del punto focal. El diámetro de la proyección del haz de luz reflejado en el punto focal, va a determinar el tamaño del receptor<sup>67</sup>.
- Tamaño del área de la abertura del receptor. El aumentar el área de la abertura del receptor puede ocasionar que las pérdidas por radiación y convección aumenten<sup>68</sup>.

---

<sup>61</sup>STINE, WILLIAM B. y DRIVER, RICHARD B. The United States Department of Energy under. A Compendium of Solar Dish/ Stirling Technology. Albuquerque, California, 87185-0703.

<sup>62</sup> El Ouederni AR, Salah MB, Askri F, Nasrallah MB y Aloui F. Experimental study of a parabolic solar concentrator. Rev Energ Renouvelables 2009

<sup>63</sup> HAFEZ, Op., cit.

<sup>64</sup> HAFEZ, Op., cit.

<sup>65</sup> SHUAI, YONG; XIA, Xin-lin, TAN, He-ping. Radiation performance of dish solar concentrator/ cavity receiver systems. Sol Energy 2008.

<sup>66</sup> HAFEZ, Op., cit.

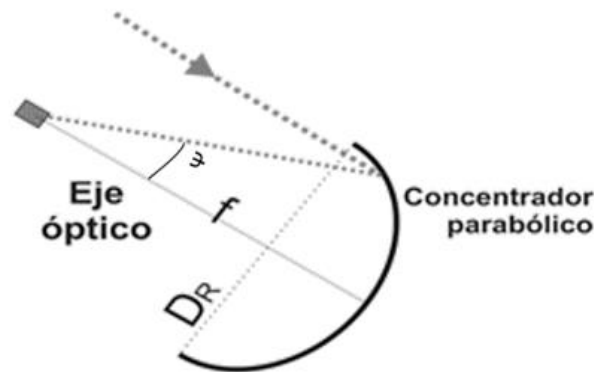
<sup>67</sup> HAFEZ, Op., cit.

<sup>68</sup> HAFEZ, Op., cit.



- Relación de concentración geométrica. La relación de concentración geométrica, es la relación del área de apertura del concentrador con respecto al área de apertura del receptor, ver ecuación 17. La relación de concentración es un factor importante para dimensionar el receptor, ya que, si se tiene un valor de relación adecuado, las pérdidas por el receptor disminuirían debido a la reducción de la superficie caliente, es decir, el receptor. La relación de concentración varía de 10.000 hasta 46.000 como lo referencia el autor Fraser<sup>69</sup>. Este valor máximo teórico se pudo obtener con un ángulo de borde de 45 grados, según Stine y Harrigan<sup>70</sup>. Por lo general se debe construir concentradores con relación de concentración superior a  $10^{71}$ .
- Ángulo de borde. El ángulo de borde es definido como el ángulo medido a partir del eje óptico o eje de apertura de la parábola a cualquier punto en el borde de la parábola. Este ángulo afecta la radiación de entrada al concentrador y la fabricación del plato parabólico, cuando el valor del ángulo de borde disminuye el punto de enfoque aumenta, ver ecuación 7<sup>72</sup>.

Figura 18. Ángulo de borde en un concentrador parabólico



Fuente: RAMÍREZ PAREJA, D. M. Desarrollo De Un Modelo Termodinámico De Un Sistema Termosolar Disco-Stirling. Medellín, Colombia. Universidad Nacional de Colombia, 2015. p. 42.

<sup>69</sup> FRASER, Paul R. Stirling Dish System Performance Prediction Model. 2008. p. 25.

<sup>70</sup> STINE, William B.; HARRIGAN, Raymond W., eds. Solar Energy Fundamentals and Design with

Computer Applications. New York: Wiley-Interscience, 1985.

<sup>71</sup> HAFEZ, A. Z. Op., cit.

<sup>72</sup> HAFEZ, A. Z. Op., cit.

El valor más adecuado del ángulo de borde, según algunos investigadores, es  $45^\circ$ , ya que dará lugar a una relación de concentración más alta y a un rendimiento térmico mayor<sup>73</sup>.

## 2.1 COMPONENTES DEL MODELO MATEMÁTICO

Se describen los criterios para la selección del concentrador de disco parabólico y del motor Stirling, según el estado del arte.

2.1.1 Criterios de selección de disco parabólico. Para la selección del concentrador de disco parabólico, se tendrá en cuenta la clasificación de los concentradores parabólicos desarrollados a partir de 1984, de acuerdo con lo mencionado en el capítulo 1.

A continuación, se describen los criterios de selección según los datos proporcionados por el autor Stine, William B. en "A Compendium of Solar Dish/Stirling Technology de los proyectos de cada tipo de concentrador"<sup>74</sup>:

Eficiencia óptica del sistema, esta variable es importante ya que es la capacidad que tiene de concentrar los rayos del sol. Este factor depende del material del concentrador, de la relación de concentración y del factor de intercepción que se explica más adelante.

Relación de concentración, es importante, ya que la relación entre el área de apertura del concentrador y el área del receptor, entre mayor sea esta relación menor serán las pérdidas, ya que el área donde se generan estas pérdidas es reducida.

Aspectos generales, se consideran factores como la facilidad de construcción, disponibilidad en el mercado, costos de fabricación.



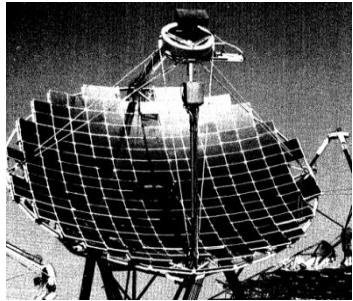
En los siguientes cuadros, ver cuadros del 6 al 8. Se describen los proyectos de los discos parabólicos según el tipo de concentrador.

---

<sup>73</sup> HAFEZ, A. Z. Op., cit.

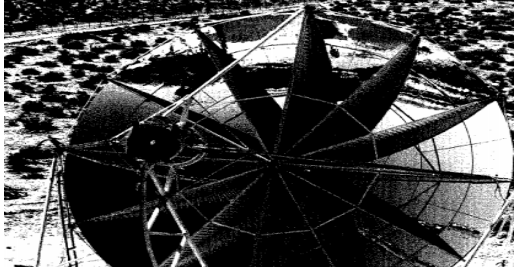
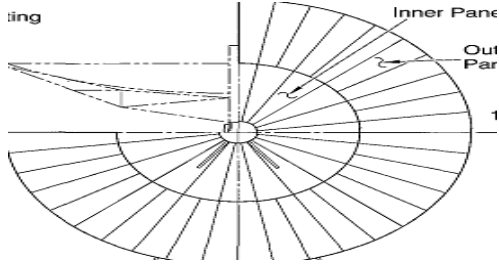
<sup>74</sup> STINE, WILLIAM B. y DRIVER, RICHARD B. The United States Department of Energy under. A Compendium of Solar Dish/ Stirling Technology. Albuquerque, California, 87185-0703.

Cuadro 6. Concentradores de facetas de vidrio

Vanguard 1	The McDonnell Douglas concentrator	Jet Propulsion Laboratory
		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Disco de cristal en facetas de 10,5 m de diámetro.</li> <li>2. Relación de concentración 2800</li> <li>3. Eficiencia óptica 89%</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Diámetro de apertura de 12 m</li> <li>2. Relación de concentración 1500</li> <li>3. Eficiencia óptica 76%</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Espejos de vidrio 10,57 m</li> <li>2. Relación de concentración 3500</li> <li>3. Eficiencia óptica 89%</li> </ol>



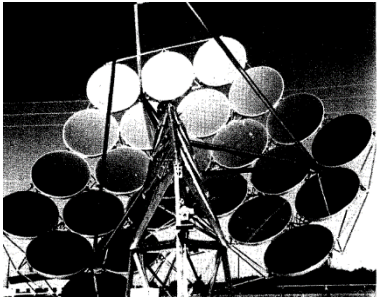
Fuente: STINE, WILLIAM B. y DRIVER, RICHARD B. The United States Department of Energy under. A Compendium of Solar Dish/ Stirling Technology. Albuquerque, California, 87185-0703.

Cuadro 7. Superficie llena de concentradores parabólicos

General Electric PDC- 1	Acurex 15-m
	
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Diámetro de apertura 12 m</li> <li>2. Relación de concentración 1500</li> <li>3. Eficiencia óptica 76%</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>4. Diámetro de apertura 15 m</li> <li>5. Relación de concentración 1925</li> <li>6. Eficiencia óptica 92 %</li> </ol>

Fuente: STINE, WILLIAM B.; DRIVER, RICHARD B. The United States Department of Energy under. A Compendium of Solar Dish/ Stirling Technology. Albuquerque, California, 87185-0703.

Cuadro 8. Concentradores de membrana estirada.

PAS 17 m	PAS 7.5 m	Cummins PowerGenerationCPG-460
		
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Diámetro 17 m</li> <li>2. Relación de concentración 600</li> <li>3. Eficiencia óptica 78,7%</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Diámetro 7.5 m</li> <li>2. Relación de concentración 600</li> <li>3. Eficiencia óptica 82 %</li> </ol>	<p>Diámetro 9.6 m Relación de concentración 1670 Eficiencia óptica 78 %</p>

Fuente: STINE, WILLIAM B. y DRIVER, RICHARD B. The United States Department of Energy under. A Compendium of Solar Dish/ Stirling Technology. Albuquerque, California, 87185-0703.

2.1.2 Criterios de selección del Motor Stirling. Autores como Roy Darlington<sup>75</sup>, describen las características relevantes a tener en cuenta en cada tipo de motor para su selección. De acuerdo a lo anterior y teniendo en cuenta lo descrito en la sección 1.3.4.2, se comparan los tres tipos de motores Stirling en el Cuadro 9, a partir de los siguientes criterios

1. Funcionamiento térmico, es un factor importante en cada tipo de motor, ya que el rendimiento de estos motores termodinámicos varia en la literatura según la configuración de los cilindros, además de la incorporación del regenerador.
2. Referencias, se considerarán los tipos de motores mencionados en otras investigaciones, con el fin de comparar los estudios realizados al modelo.

<sup>75</sup> DARLINGTON, Roy y STRONG, Keith. Stirling and Hot Air Engines. ISBN 9781861266880

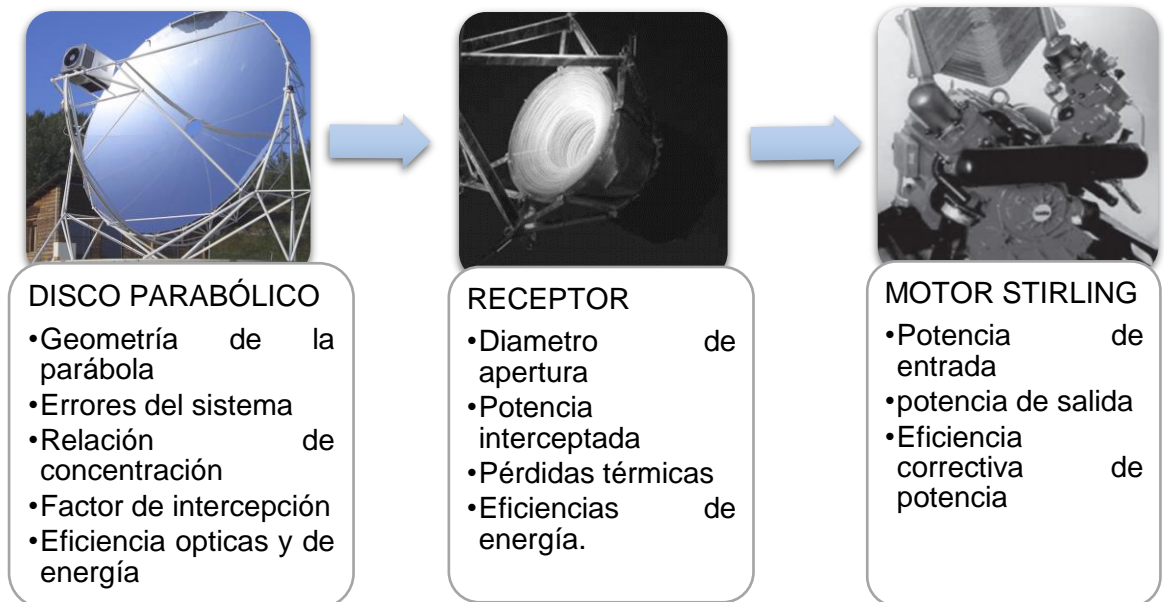
Cuadro 9. Comparación de los tres tipos de motor Stirling

TIPO BETA	TIPO GAMA	TIPO ALFA
<p>-Consta de un cilindro con una zona caliente y una zona fría, además de un pistón y un desplazador.</p> <p>-Los motores beta pequeños suelen no llevar regenerador.</p> <p>-Termodinámicamente es el más eficaz</p>	<p>-Consta de dos cilindros separados, el desplazador en un cilindro y el pistón de potencia en otro.</p> <p>-Tiene regenerador</p> <p>-Tiene menor potencia debido a su gran volumen muerto.</p>	<p>-Consta de dos pistones, uno en la zona caliente y otro en la zona fría, no tiene desplazador.</p> <p>-Tiene regenerador.</p> <p>-Su ciclo termodinámico es normal.</p>

## 2.2 DESCRIPCIÓN DE VARIABLES DEL MODELO MATEMÁTICO

A continuación, se describe las variables que se tuvieron en cuenta para el desarrollo del modelo matemático. Cada variable representa una descripción de las dimensiones de cada componente para evaluar el funcionamiento de un sistema de concentración solar de disco parabólico, por lo que en el cuadro 10 se clasifica brevemente las variables que se tuvieron en cuenta por cada componente, en el orden en que la energía solar (colector) se transforma en energía térmica (receptor-absorbedor) a energía mecánica (motor Stirling).

Cuadro 10. Descripción de las variables de cada componente

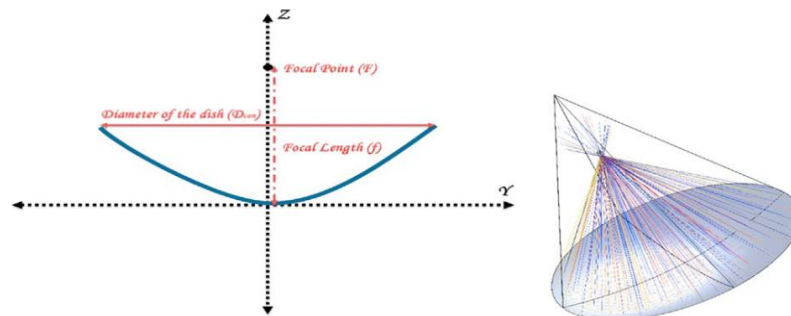


2.2.1 Concentrador parabólico. El concentrador cumple una función importante en el sistema, ya que el disco concentra la mayor parte de radiación directa para la cavidad receptora. Es por esta razón que “la abertura debe estar diseñada lo suficientemente grande para permitir que una fracción significativa de la radiación reflejada del concentrador se transmita al absorbedor”<sup>76</sup>, aunque se presenta inconvenientes cuando la abertura es muy grande, ya que las pérdidas por convección y radiación fuera de la abertura también aumentan<sup>77</sup>.

A continuación, se describe cada una de las variables que definen la geometría del concentrador del disco parabólico para luego definir las dimensiones del absorbedor (\*)<sup>78</sup>.

2.2.1.1 Geometría de la parábola. Los concentradores térmicos tienen una geometría bidimensional en forma de parábola, debido a que tienen la característica de una superficie reflectora con un punto focal, una distancia focal y un ángulo de borde como se presenta en la figura 19.

Figura 19. Partes de una parábola



Fuente: HAFEZ, A. Z.; ISMAIL, Ibrahim y EL-METWALLY, Khaled. Design analysis factors and specifications of solar dish technologies for different systems and applications.

➤ Distancia focal del disco parabólico. La distancia focal de un disco parabólico en los concentradores solares utiliza una parte truncada para una curva de extensión finita, la cual es definida en términos de ángulo de borde o de la relación

(\*) Se define el absorbedor como la cavidad interna de un receptor que generalmente está cubierta por una capa de aislante en la superficie.

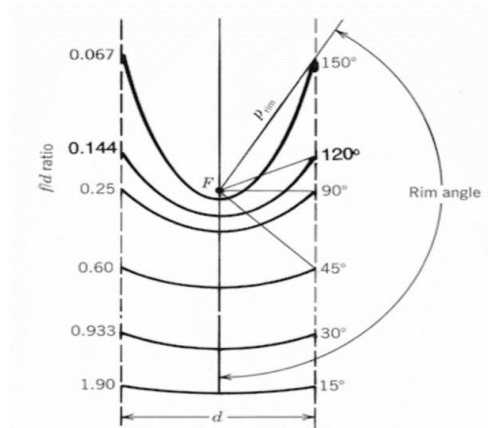
<sup>76</sup> FRASER, P. y KLEIN, Professor Sanford a. Stirling Dish System Performance Prediction Model. 2008. p. 203-203.

<sup>77</sup> FRASER, P. Op., cit., p. 210

<sup>78</sup> STINE, William y GEYER, Michael. Power from the Sun. <http://www.powerfromthesun.net/Book>

de la longitud focal de diámetro de apertura  $\frac{f}{d}$ , ver Ecuación 6. La curva en función de una dimensión lineal con diámetro  $d$  o la longitud focal  $F$ , se muestra en la figura 20<sup>79</sup>.

Figura 20. Truncamiento de una parábola.



Fuente: STINE, William y GEYER, Michael. Power from the Sun. <http://www.powerfromthesun.net/Book>

Ecuación 6. Relación de longitud focal y diámetro de apertura

$$\frac{f}{d_c} = \frac{1}{4 \tan\left(\frac{\Psi_{rim}}{2}\right)}$$

Donde;

$f$ : Distancia focal [m]

$d_c$ : Diámetro del concentrador [m]

$\Psi_{rim}$ : Ángulo de borde [m]

La figura 18, permite evidenciar que una parábola con un ángulo de borde pequeño es plana y la distancia focal es más larga en comparación a su diámetro de apertura. Luego de seleccionar los parámetros mencionados, se procede a definir la altura  $h$  de la curva, que también se puede entender como la distancia máxima desde el vértice a una línea trazada a través de la abertura de la parábola, está definida por la distancia focal  $f$  y el diámetro de apertura<sup>80</sup>.

<sup>79</sup>STINE, William y GEYER, Michael. Power from the Sun. <http://www.powerfromthesun.net/Book>

<sup>80</sup>STINE, William y GEYER, Michael. Power from the Sun. <http://www.powerfromthesun.net/Book>

Ecuación 7. Profundidad de la parábola

$$h = \frac{d_c^2}{16f}$$

Donde;

$h$ : Profundidad de la parábola [m]

$d_c$ : Diámetro del concentrador [m]

$f$ : Distancia focal [m]

Los concentradores de disco parabólico en la construcción de la parábola tienen un radio parabólico definido como la distancia del foco F a cualquier punto del borde de la parábola, ver ecuación 8;

Ecuación 8. Radio parabólico

$$p = \frac{2f}{1 + \cos \Psi_{rim}}$$

Donde;

$p$ : Radio Parabólico [m]

$f$ : Distancia focal [m]

$\Psi_{rim}$ : Ángulo de borde [m]

En secciones anteriores se mencionó como factor importante para el funcionamiento y diseño de un sistema de disco Stirling, el tamaño de apertura del concentrador, autores como Hafez<sup>81</sup>, menciona que generalmente en los diseños de concentradores de disco parabólico el diámetro del concentrador es determinado según la potencia requerida por el motor, sin embargo en la investigación se desarrolla a partir de la selección de dos concentradores proporcionados por la literatura para evaluar de que capacidad se requeriría un motor Stirling para que funcione a ciertas condiciones en determinada zona.

➤ Tamaño de apertura del concentrador. El área de abertura del concentrador del disco parabólico se define como la superficie total del concentrador solar sobre la cual la energía solar es incidente, ver ecuación 9<sup>82</sup>. Las superficies varían entre 5-200 m<sup>2</sup> y diámetros entre 1 – 20 m.

Ecuación 9. Área del concentrador

$$A_c = \frac{\pi}{4} d_c^2$$

---

<sup>81</sup> HAFEZ, A. Z.; ISMAIL, Ibrahim y EL-METWALLY, Khaled. Design analysis factors and specifications of solar dish technologies for different systems and applications.

<sup>82</sup>HAFEZ, Op., cit.



Donde;

$d_c$ : Es el diámetro de apertura del concentrador [m]

$A_c$ : Es la superficie de apertura del concentrador [m<sup>2</sup>]

➤ Tamaño del receptor. La dirección de los rayos del sol incidentes en el concentrador, no es completamente perpendicular a este, debido a que el concentrador por lo general se compone de un sistema de seguimiento al sol. Por esta razón, en lugar de que todos los rayos incidentes en el colector se reflejen en un punto focal, los rayos son reflejados en un plano normal forman una “imagen” de tamaño finito centrada del foco.

El ancho de la extensión de los rayos de la imagen reflejada del sol, indica la extensión mínima de las luces que se van a producir.

➤ Errores del sistema colector. De acuerdo a lo reportado por Stine, William<sup>83</sup>, el modelo contempla los errores típicos, dentro de los cuales se encuentra el error de la estructura, el sistema de seguimiento (sensor y mecanismo), la posición del receptor y la reflectividad especular de la superficie<sup>84</sup>.

El tamaño del receptor depende de un número de desviaciones estándar  $n$  de la óptica del concentrador con el fin de garantizar un porcentaje de por lo menos el 95% o más de la energía capturada posible, por lo general este valor de  $n$  es igual a 2, sin embargo, en el modelo se va a calcular números diferentes de  $n$  para obtener los tamaños adecuados del receptor.

El tamaño apropiado de la cavidad del receptor se determina a partir de la proyección de la imagen reflejada en el plano focal del receptor de la siguiente manera<sup>85</sup>;

Ecuación 10. Tamaño del receptor.

$$W_n = \frac{\Delta r}{\cos \Psi} = \frac{p \tan \left[ n \frac{\sigma_{total}}{2} \right]}{\cos \Psi}$$

➤ Relación de concentración. En un concentrador solar, el factor más importante es la relación de concentración geométrica, la cual es la relación del área del haz de entrada, dividida por el área del haz de salida y representa como la cantidad de concentración de energía de la luz conseguida por un concentrador.

Ecuación 11. Relación de concentración geométrica.

$$C = \frac{A_c}{A_r}$$

---

<sup>83</sup> STINE, William. Op., cit.

<sup>84</sup> STINE, William. Op., cit.

<sup>85</sup> STINE, William. Op., cit.

Por lo general las pérdidas de calor en el receptor se pueden reducir mediante las dimensiones del colector, ya que reducen el área que es directamente proporcional a las pérdidas de radiación reflejada.

➤ Factor de intercepción. La propagación del haz de luz del concentrador al receptor es calculada como un factor de interceptación, el cual indica la fracción de radiación interceptada por la cavidad receptora proveniente del concentrador y de la cual es fundamental para determinar la energía que el receptor es capaz de recibir según la determinación de un diámetro de apertura como se ha mencionado anteriormente.

La ecuación 12 es el resultado de la sumatoria de cada haz de luz que se proyecta del colector al receptor. La propagación del haz de luz será menor cuando la luz solar sea reflejada desde el vértice del espejo y será mayor cuando la luz sea reflejada desde los bordes exteriores del colector, exactamente en el ángulo de borde<sup>86</sup>.

Ecuación 12. Factor de intercepción

$$\varphi = \frac{\sum_{\Psi=0}^{\Psi} \Gamma^{1.978} 8\pi I f^2 \sin \Psi}{IA_c} \Delta\Psi$$

Donde  $I$  es la irradiancia y está definida en  $\frac{W}{m^2}$ ,  $f$  es la distancia focal medida en metros y  $\Gamma$  es la fracción de flujo reflejado que será recibido por un receptor de ancho o diámetro de apertura  $W_n$ , este último factor se calcula según el anexo C y es utilizado para iterar diámetros de apertura del receptor según la variación del factor de intercepción para elegir un diámetro óptimo del receptor.

2.2.2 Receptor. El receptor al recibir la mayor fracción de concentración de los rayos del sol, tiene la función de convertirlos en energía térmica para el motor, es por ello que a continuación se describen las diferentes pérdidas que presenta la cavidad receptora y la potencia total interceptada por el receptor que utiliza el factor de intercepción en su cálculo.

2.2.2.1 Potencia total interceptada por el receptor. La potencia total interceptada por la cavidad de un receptor en los sistemas de disco Stirling, se calcula a partir del concepto del factor de intercepción, factor que se aproxima a partir de la división de una serie de anillos circunferenciales discretos en el concentrador parabólico, esta división tiene comienzo en el vértice y se desplaza al perímetro del colector, llegando al resultado de la potencia neta de la abertura receptora a partir de la sumatoria de cada potencia por cada anillo diferencial, ver ecuación 13.

---

<sup>86</sup> FRASER, Paul R. Stirling Dish System Performance Prediction Model. 2008. p. 33.

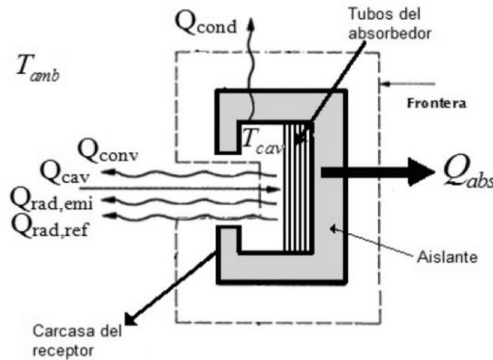
Ecuación 13. Potencia Total interceptada por el receptor

$$Q_{rec} = I A_c \rho \varphi$$

Donde  $I$  es la irradiancia en  $\frac{W}{m^2}$ ,  $A_c$  es el área del concentrador en  $m^2$ ,  $\rho$  es la reflectancia especular del espejo, ver anexo D y  $\varphi$  el factor de intercepción.

2.2.2.2 Pérdidas del receptor. En estado estacionario, la energía térmica neta de un receptor, tiene como energía de entrada, la energía solar concentrada por el colector y se equilibra con la energía de salida del flujo de transferencia de calor que va directo al motor Stirling. El receptor ( $Q_{rec}$ ) o la cavidad receptora ( $Q_{cav}$ ), tiene una serie de pérdidas de energía, debido a la reflexión no deseada ( $Q_{rad,ref}$ ), la emisión de radiación ( $Q_{rad,emi}$ ), los procesos convectivos ( $Q_{conv}$ ) y conductivos ( $Q_{cond}$ )<sup>87</sup>.

Figura 21. Pérdidas en el receptor



Fuente: [Consultado el 16 de noviembre del 2016]. [en línea]. [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-73812011000100003](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-73812011000100003)

Un balance general de energía en el receptor, describe las pérdidas totales de energía, como se puede ver en la figura 21, la energía por radiación absorbida es la energía útil que recibe el receptor, ya que tiene índices de absorbancia que dependen del material del receptor y que más adelante será explicado con más detalle.

Ecuación 14. Pérdidas totales de calor

$$Q_{perdidas} = Q_{cond} + Q_{conv} + Q_{rad,emi}$$

<sup>87</sup> MILLAN, R., et al. Concentrating Solar Power Technology. 2012. P.38. ISBN 9781845697693

2.2.2.3 Pérdidas por radiación. Las pérdidas por radiación en el receptor contribuyen a un porcentaje significativo de pérdidas, las cuales incluyen perdidas por la radiación emitida en el receptor como consecuencia de su temperatura ( $Q_{rad,emi}$ ) y las pérdidas por la reflexión de la concentración incidente ( $Q_{rad,ref}$ )<sup>88</sup>.

Datos experimentales nombrados por el autor Paul R. Fraser<sup>89</sup>, obtenidos de Sandia National Laboratory, indican que las pérdidas de radiación pueden representar cerca del 60% en la mañana y tarde, y cerca del 75% al medio día, por lo cual permanecen casi constantes durante el día.

➤ Radiación debida a la emisión. La radiación por emisión contribuye a las pérdidas generadas por la radiación térmica que se emite desde el concentrador parabólico hasta las paredes de la cavidad como resultado de la gran diferencia de temperatura<sup>90</sup>.

La superficie del receptor emite radiación en porción a la cuarta potencia de su temperatura ( $T_{Rec}$ ) con un factor de la emisividad efectiva de la apertura de la cavidad receptora  $\varepsilon$ , la cual puede ser aproximada a 1 para un cuerpo negro, la constante de Stefan Boltzmann's  $\sigma$ , el área de apertura de la radiación emitida ( $A_{ap}$ ) y la temperatura del ambiente ( $T_{amb}$ ), como se muestra en la ecuación 16<sup>91</sup>.

Ecuación 15. Radiación por emisión.

$$\dot{Q}_{Rad,emi} = \varepsilon\sigma A_{ap} (T_{Rec}^4 - T_{amb}^4)$$

➤ Radiación debida a la reflexión. La absorción efectiva de un receptor de cavidad es importante para determinar la fracción de energía reflejada fuera de receptor<sup>92</sup>.

La absorción efectiva de un receptor de cavidad, es una función de la absorción de superficie interna con una relación del área de la abertura de la cavidad con respecto al área de la superficie, ver ecuación 16<sup>93</sup>.

---

<sup>88</sup> MILLAN, R., et al. Concentrating Solar Power Technology. 2012. P.38. ISBN 9781845697693

<sup>89</sup> FRASER, Paul R. Stirling Dish System Performance Prediction Model. 2008. p. 25.

<sup>90</sup> FRASER, Op., cit. P. 26

<sup>91</sup> FRASER, Op., cit. P. 26.

<sup>92</sup> FRASER, Op., cit. P. 25.

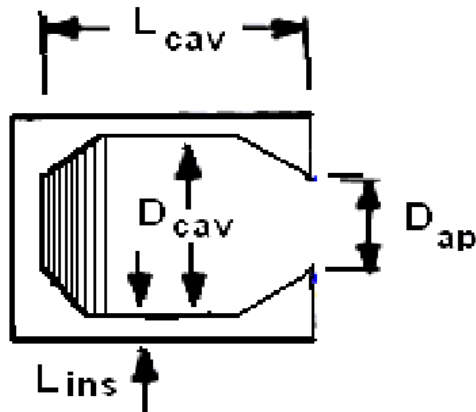
<sup>93</sup> FRASER, Op., cit. P. 27.

Ecuación 16. Absorbancia efectiva de la cavidad.

$$\alpha_{eff} = \frac{\alpha_{rec}}{\alpha_{rec} + (1 - \alpha_{rec}) \left( \frac{A_{ap}}{A_{rec}} \right)}$$

Donde  $\alpha_{rec}$  es la absorbancia de la superficie del receptor,  $A_{ap}$  es el área de la abertura de la cavidad, ver figura 22 y  $A_{rec}$  es la superficie total interna de la cavidad. Cuanto menor sea la relación entre el área de la abertura y la superficie de la cavidad, mayor será la absorción efectiva en el receptor de la cavidad<sup>94</sup>.

Figura 22. Descripción de un receptor cilíndrico.



Fuente: MA, Robert Y. Wind Effects on Convective Heat Loss from a Cavity Receiver for a Parabolic Concentrating Solar Collector. 1993.

La fracción de la radiación incidente se refleja de las superficies en las que se incide. La relación del receptor dependerá de la geometría. Si hay recubrimiento de cristal, serán involucradas en la construcción del receptor<sup>95</sup>.

En un modelo simplificado, las pérdidas por reflexión pueden ser aproximadas utilizando la capacidad de absorción neta efectiva para el área de la abertura del receptor<sup>96</sup>.

<sup>94</sup> FRASER, Paul R. Op., cit. P. 27.

<sup>95</sup> MILLAN, R., et al. Concentrating Solar Power Technology. 2012. P.38. ISBN 9781845697693

<sup>96</sup> MILLAN, R. Op., cit. P.46.

Ecuación 17. Radiación por reflexión.

$$\dot{Q}_{Rad,ref} = (1 - \alpha_{eff}) \cdot Q_{rec}$$

2.2.2.4 Pérdidas por convección. Las pérdidas por convección representan una fracción grande en pérdidas totales del sistema, como anteriormente se había mencionado, entre el 25 – 45 % durante el día, siendo mayores por la mañana y por la noche, y menos significativas en el medio día<sup>97</sup>.

El receptor presenta corrientes convectivas naturales y forzadas, la primera fluye dentro del receptor de abajo a arriba, en un plano vertical. La segunda está en una dirección normal al plano de las corrientes de convección natural, por lo tanto, la convección forzada no depende de las corrientes naturales<sup>98</sup>.

La convección forzada pura no debe cambiar en absoluto, ya que a cualquier ángulo de inclinación del receptor las pérdidas convectivas del viento lateral serán siempre las mismas, por lo tanto, se define el coeficiente de convectividad total del receptor como la sumatoria de cada una de las corrientes convectivas, ver ecuación 19<sup>99</sup>.

Ecuación 18. Convectividad total.

$$h_{total} = h_{natural} + h_{forzada}$$

➤ Convección natural. Las correlaciones del modelo para predecir las pérdidas por convección fueron desarrolladas por varios autores como Koenig y Marvin<sup>100</sup>, Siebers y Kraabel<sup>101</sup> a partir de los datos experimentales de Stine y McDonald, experimento que consistía en analizar las pérdidas de calor por convección natural a partir de la variación de temperaturas, ángulos de inclinación y diámetros de apertura del receptor, ver figura 23. A partir de estos datos experimentales, obtuvieron aproximaciones de números de nusselt, ver cuadro 10<sup>102</sup>.

---

<sup>97</sup> FRASER, Paul R. Stirling Dish System Performance Prediction Model. 2008. p.22.

<sup>98</sup> FRASER, Paul R. Op., cit. P.22.

<sup>99</sup> MA, Robert Y. Wind Effects on Convective Heat Loss from a Cavity Receiver for a Parabolic Concentrating Solar Collector. 1993.

<sup>100</sup> STINE, William B., Y MCDONALD, C. G. "Cavity Receiver Convective Heat Loss." International Solar Energy Society, Solar World Congress 1989. Kobe, Japan, September 4-8.

<sup>101</sup> STINE, William B., Y MCDONALD, C. G. Op., cit.

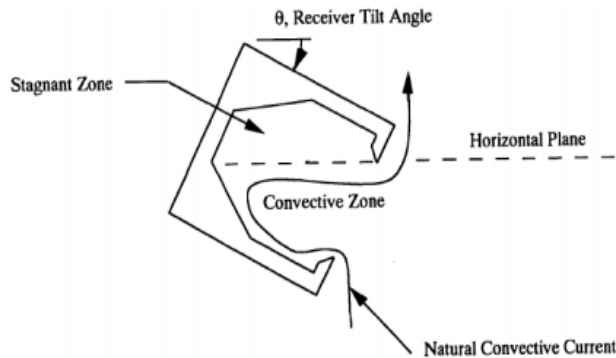
<sup>102</sup> MA, Robert, Op., cit.

Cuadro 10. Comparación de correlaciones por convección natural

Ecuación 25. Correlación de Koenig y Marvin	Ecuación 26. Correlación de Siebers y Kraabel
$Nu = C_1 \cdot P(\theta) \cdot \left(\frac{d_{ap}}{d_{rec}}\right)^{1.75} \cdot (Gr \cdot Pr)^{0.25}$	$Nu = 0.088 \cdot Gr^{1/3} \left(\frac{T_{abs}}{T_{amb}}\right)^{0.18}$
<p>Donde <math>c_1</math> se basa en el área superficial del tubo absorbente como el área característica utilizaba para el coeficiente de transferencia de calor convectivo, <math>P(\theta)</math> es la función determinada experimentalmente del ángulo de inclinación del receptor, <math>d_{ap}</math> es el diámetro de la abertura de la cavidad y <math>d_{rec}</math> es el diámetro del receptor.</p> <p>Stine y Mc Donald sugieren utilizar el área interior de la cavidad con un <math>C_1 = 0.78</math>, ya que es difícil determinar el área superficial del tubo absorbente, por lo que el aislamiento puede estar o no en contacto con los tubos.</p>	<p>Este número de Nusselt, sale a partir de datos experimentales de cavidades de sistemas receptores centrales con dimensiones de 0.2 m y 0.6 m.</p> <p>Donde <math>T_{abs}</math> es la temperatura de la pared interior del absorbedor, y <math>T_{amb}</math> es la temperatura ambiente.</p>

Fuente: MA, Robert Y. Wind Effects on Convective Heat Loss from a Cavity Receiver for a Parabolic Concentrating Solar Collector. 1993.

Figura 23. Pérdidas por convección natural



Fuente: MA, Robert Y. Wind Effects on Convective Heat Loss from a Cavity Receiver for a Parabolic Concentrating Solar Collector. 1993

Ecuación 19. Coeficiente de la correlación de convección Stine y McDonald

$$S = -0.982 \cdot \left(\frac{d_{ap}}{d_{rec}}\right) + 1.12$$

La correlación de Siebers y Kraabel se modifica con las relaciones de área para tener en cuenta los efectos de la inclinación de la cavidad y el cierre de la abertura, ver ecuación 21<sup>103</sup>.

Ecuación 20. Correlación de convección Stine y McDonald

$$Nu = 0.088 \cdot Gr^{1/3} \cdot \left(\frac{T_{abs}}{T_{amb}}\right)^{0.18} \cdot (\cos \theta)^{2.47} \cdot \left(\frac{d_{ap}}{d_{rec}}\right)^s$$

Ecuación 21. Coeficiente por convección natural

$$h_{nat} = \frac{NU_{h,nat} K_{rec}}{D_{rec}}$$

Donde  $d_{ap}$  es el diámetro de la abertura, Gr es el número de Grashof basado en el ancho interno medio de la longitud de la cavidad  $d_{rec}$ , Nu es el número de Nusselt basado en la longitud  $d_{rec}$ ,  $T_{amb}$  es la temperatura ambiente,  $T_{abs}$  es la temperatura media de la pared interna del absorbedor y  $\theta$  Es el ángulo de inclinación de la cavidad ( $\theta = 90^\circ$  es inclinado hacia abajo como al mediodía en el ecuador, y  $\theta = 0^\circ$  se enfrenta horizontal como lo haría durante la mañana / noche)<sup>104</sup>.

➤ Convección forzada. Las pérdidas por convección forzada, es una función de variables como, la orientación de la abertura y la densidad del aire, pero también es muy dependiente de la velocidad del viento, ya que, si el viento es dirigido hacia la abertura, las pérdidas por convección aumentarán significativamente, mientras que no esté dirigido a la abertura, las pérdidas convectivas no serán tan grandes<sup>105</sup>.

El modelo propuesto por Robert Y. Ma<sup>106</sup>, es usado para calcular las pérdidas de calor convectivas debido a la velocidad del viento considerando la inclinación del receptor, ver ecuación 22<sup>107</sup>.

---

<sup>103</sup> MA, Robert Y. Wind Effects on Convective Heat Loss from a Cavity Receiver for a Parabolic Concentrating Solar Collector. 1993. P. 32.

<sup>104</sup> MA, Robert Y. Wind Effects on Convective Heat Loss from a Cavity Receiver for a Parabolic Concentrating Solar Collector. 1993.

<sup>105</sup> FRASER, Paul R. Stirling Dish System Performance Prediction Model. 2008. p.28.

<sup>106</sup> MA, Robert Y. Op., cit.

<sup>107</sup> MA, Robert Y. Op., cit.



Ecuación 22. Coeficiente de transferencia de calor por convección forzada

$$h_{forzada} = f(\theta) v^{1.401}$$

Donde  $v$  es la velocidad del viento  $f(\theta)$  es la función del ángulo de inclinación del receptor.

Ecuación 23. Función del ángulo de inclinación

$$f(\theta) = 0.1634 + 0.7498 \sin(\theta) - 0.5026 \sin(2\theta) + 0.3278 \sin(3\theta)$$

Las pérdidas totales de calor por convección en un receptor de un sistema de disco Stirling son proporcional a la superficie de la cavidad receptora y la diferencia de temperatura entre la superficie de absorbedor y el aire circundante.

Ecuación 24. Pérdidas por convección

$$\dot{Q}_{conv} = h_{total} A_{rec} (T_{Rec} - T_{amb})$$

➤ Pérdidas por conducción. Las perdidas por conduccion se dan a través de cubiertas aislantes sobre la parte posterior de los receptores y entre las superficies del receptor caliente y el ambiente circundante, por lo que se puede utilizar el modelo de resistencia en serie para obtener las pérdidas totales por conducción, como se muestra en la ecuación 25<sup>108</sup>.

Ecuación 25. Pérdidas por conducción

$$\dot{Q}_{cond} = \left( \frac{T_{Rec} - T_{amb}}{\frac{L_{int}}{K_{int} A_{rec}} + \frac{1}{h_{ext,rec} A_{rec}}} \right)$$

Donde  $T_{Rec}$  es la temperatura de la pared interior del receptor,  $T_{amb}$  es la temperatura ambiente,  $L_{int}$  es el espesor del aislante del receptor,  $K_{int}$  la conductividad del aislante y  $h_{ext,rec}$  es el coeficiente convectivo fuera de la cavidad receptora, ver ecuación 26<sup>109</sup>.

---

<sup>108</sup> FRASER, Paul R. Stirling Dish System Performance Prediction Model. 2008. p.28.

<sup>109</sup> FRASER, Paul R. Op., cit. P. 18.

Ecuación 26. Coeficiente convectivo en el exterior del receptor

$$h_{ext,rec} = 0.148 (Re)^{0.633} \frac{k_{amb}}{D_{rec}}$$

Por lo general, las pérdidas de conducción son mínimas en el receptor de disco Stirling, ya que pueden ser controladas fácilmente por adición de aislamiento sin pérdidas notables en otros componentes en el sistema de disco Stirling. Sin embargo, existe un inconveniente en el aumento del grosor del aislamiento. Como el espesor del aislamiento aumenta, habrá un aumento en el área sombreada en el centro del espejo parabólico. El sombreado del espejo representa una pérdida significativa de la superficie del colector y la sombra de espejo también representa una reducción en la generación de energía<sup>110</sup>.

2.2.3 Motor. Los autores Ricardo Beltrán, Nicolás Velásquez, entre otros autores<sup>111</sup>, en su publicación hacen referencia al trabajo generado al motor a partir de la potencia interceptada por el receptor de la siguiente manera<sup>112</sup>;

Ecuación 27. Trabajo de entrada al motor Stirling

$$P_{entrada,motor} = Q_{rec} - Q_{rad,refl} - (Q_{cond} + Q_{conv} + Q_{rad,emi})$$

2.2.4 Eficiencias del sistema. La eficiencia de cada subsistema puede ser definido como la relación de la energía de salida dividida en la energía que entra. La eficiencia total de conversión solar a eléctrica en un sistema de energía solar de disco Stirling  $\eta_{global}$ , es el producto de las diversas eficiencias del subsistema (Óptico/ concentrador, receptor y motor Stirling), ver ecuación 28<sup>113</sup>, o también, se define la eficiencia global como la relación de la energía mecánica producida por el motor  $P_{salida}$ , sobre la potencia de entrada del área de apertura del disco parabólico<sup>114</sup>, ver ecuación 29.

Ecuación 28. Eficiencia global como el producto de cada subsistema

$$\eta_{global} = \eta_{Concentrador} \cdot \eta_{Receptor} \cdot \eta_{Motor}$$

<sup>110</sup> FRASER, Paul R. Op., cit. P. 19.

<sup>111</sup> BELTRAN, Ricardo, Mathematical model for the study and design of a solar dish collector with cavity receiver for its application in Stirling engines. En: JOURNAL OF MECHANICAL SCIENCE AND TECHNOLOGY. vol. 26, no. 10, p. 3311-3321

<sup>112</sup> BELTRAN, Ricardo. Op., cit.

<sup>113</sup> MILLAN, R., et al. Concentrating Solar Power Technology. 2012. P.38. ISBN 9781845697693

<sup>114</sup> BELTRAN, Ricardo, et al. Mathematical model for the study and design of a solar dish collector with cavity receiver for its application in Stirling engines. En: JOURNAL OF MECHANICAL SCIENCE AND TECHNOLOGY. vol. 26, no. 10, p. 3311-3321

Ecuación 29. Eficiencia global

$$\eta_{global} = \frac{P_{salida}}{I A_{Concentrador}}$$

2.2.4.1 Eficiencia del colector. La eficiencia del disco parabólico  $\eta_{concentrador}$  es equivalente a la reflectancia de la superficie del concentrador  $\rho$ , ver ecuación 31<sup>115</sup>.

Ecuación 30. Eficiencia del colector

$$\eta_{Concentrador} = \rho$$

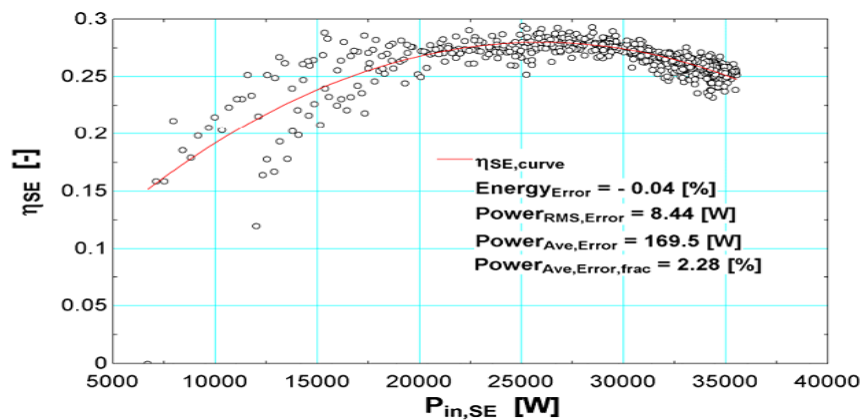
2.2.4.2 Eficiencia del receptor. La eficiencia de la cavidad del receptor es definida como la potencia de entrada del motor Stirling dividida por la energía solar reflejada por el disco Stirling<sup>116</sup>.

Ecuación 31. Eficiencia del receptor

$$\eta_{receptor} = \frac{Q_{motor}}{I A_{Concentrador} \rho}$$

2.2.4.3 Eficiencia del motor. El autor Paul R. Fraser desarrollo un modelo para predecir la eficiencia del motor Stirling como una función de la potencia de entrada al motor, usando una curva de ajuste ( $\eta_{Motor,curva}$ ) con los datos que se muestran en la Figura 24<sup>117</sup>.

Figura 24. Curva de eficiencia del motor Stirling por el sistema WGA



Fuente: FRASER, Paul R. Stirling Dish System Performance Prediction Model. 2008. p.83.

<sup>115</sup> BELTRAN, Op., cit.

<sup>116</sup> BELTRAN, Op., cit.

<sup>117</sup> FRASER, Paul R. Stirling Dish System Performance Prediction Model. 2008. p.28.

La potencia de entrada al motor  $p_{entrada,motor}$  se predice utilizando datos del modelo del colector y el receptor como lo describe la ecuación 28, y la eficiencia del motor ( $\eta_{Motor}$ ) esta determinada por la división de la potencia bruta ( $P_{Bruta}$ ), que es equivalente a la potencia de salida del motor Stirling, ver ecuación 33, y la potencia de entrada, ver ecuación 34<sup>118</sup>.

Ecuación 32. Eficiencia del motor Stirling

$$\eta_{Motor} = \frac{P_{Bruta}}{P_{entrada}}$$

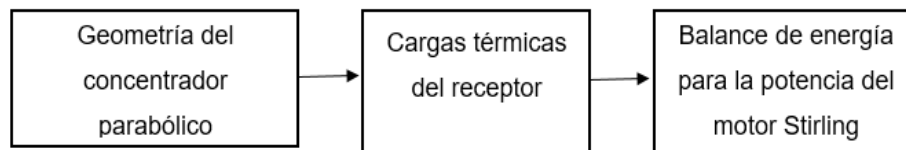
Ecuación 33. Potencia de salida del motor Stirling

$$P_{Salida} = P_{entrada} \cdot \eta_{motor,curva}$$

### 3.3 IMPLEMENTACION COMPUTACIONAL DEL MODELO MATEMÁTICO

Uno de los principales objetivos de esta investigación es desarrollar un modelo matemático que sea capaz de predecir la eficiencia de un sistema de disco Stirling. El modelo comienza por la geometría del disco concentrador para calcular el factor de intercepción y de esta manera describir el funcionamiento del receptor con sus respectivas pérdidas térmicas, finalmente el modelo predice el trabajo que realiza el motor y la potencia que entrega en general el sistema, ver figura 25.

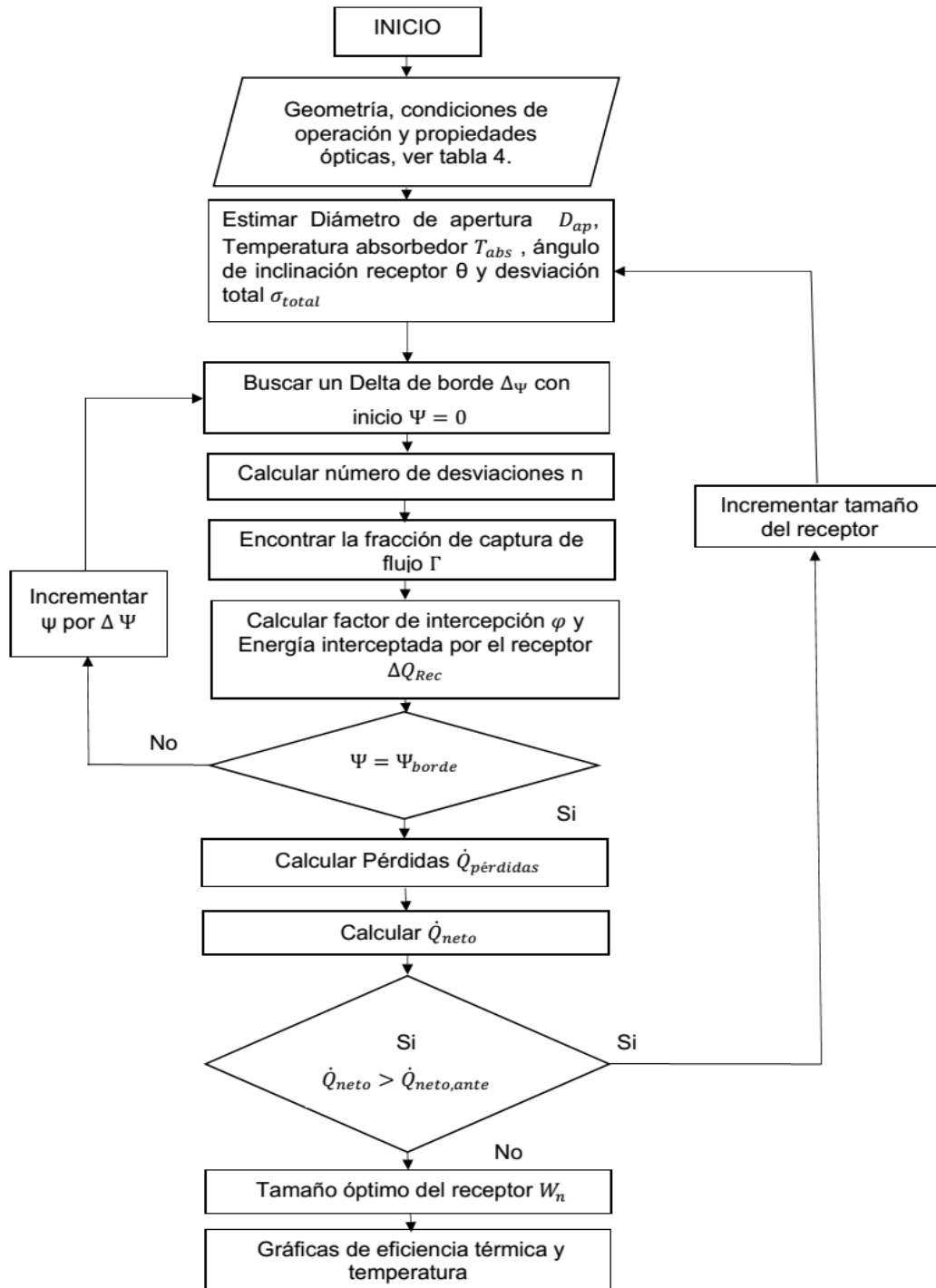
Figura 25. Diagrama general del modelo computacional.



En el diagrama 26 se describe el proceso que el algoritmo desarrolla a partir de unos valores de entrada, ver tabla 2, en donde inicialmente el programa itera datos del tamaño de la apertura del receptor en un rango de 0 a 0.22 m de diámetro, con una división  $n_n$  de números de nodos según un análisis de convergencia que se realiza antes de iniciar el algoritmo.

<sup>118</sup> FRASER, Paul R. Stirling Dish System Performance Prediction Model. 2008. p. 28.

Figura 26. Diagrama de flujo del modelo computacional



El primer bucle que resuelve el programa es a partir de la iteración del ángulo de borde con un rango de 0 a 90 grados, siendo 90 el ángulo de borde máximo que puede llegar a tener el disco parabólico. Internamente el programa calcula la distancia focal y el radio parabólico para encontrar un número de desviaciones  $n$  que se utilizara posteriormente para calcular la fracción de captura de flujo  $\Gamma$ . Para este proceso de iteración, se hace necesario las variables del concentrador parabólico, ver tabla 2.

El factor de intercepción es directamente proporcional a la fracción de flujo  $\Gamma$  y es definido como la sumatoria de los resultados de la iteración de cada ángulo de borde. El programa además de iterar el ángulo de borde, estima un tamaño de abertura del receptor para evaluar la energía interceptada y las pérdidas térmicas, en donde las variables del lugar y del receptor son importantes para el desarrollo de este proceso iterativo.

Finalmente, el programa itera las variables anteriormente mencionadas hasta que el tamaño apropiado del receptor de como resultado un valor de convergencia en la energía interceptada  $\dot{Q}_{neto}$ , esto quiere decir que el resultado de  $\dot{Q}_{neto}$ , con respecto a un valor presente de  $T_{abs}$ , tiende a ser mayor que al valor de  $\dot{Q}_{neto, anterior}$ .

Tabla 2. Condiciones iniciales de operación

Variables del lugar	
Irradiancia	W/m <sup>2</sup>
Velocidad del aire	m/s
Temperatura ambiente	K
Viscosidad cinemática del aire	m <sup>2</sup> /s
Conductividad térmica del aire	W/mk
Variables del concentrador parabólico	
Diámetro del concentrador	m
Índice de reflectancia del material	%
Emisividad del material	%
Angulo de borde	Grados
Error total del colector solar	mrad
Variables del receptor	
Diámetro exterior de la cavidad	m
Absorbancia de la superficie del material de la cavidad	%
Angulo de inclinación	Grados
Longitud del receptor	m
Espesor del aislante	m
Conductividad térmica del aislante	W/mk
Conductividad térmica del material	W/mk

## 2.4 METODOLOGÍA PARA ANALIZAR EL MODELO MATEMÁTICO

La validación del modelo se hace a partir de los datos obtenidos con la simulación numérica y se compara con los resultados teóricos y experimentales reportados por los autores Ricardo Beltrán<sup>119</sup> y Robert Y. MA<sup>120</sup>.

Beltrán, hace la comparación del factor de intercepción con su respectivo algoritmo, calculado por el modelo de Stine y Harrigan, con los valores experimentales obtenidos por el concentrador WGA-500, reportado por el autor Driver<sup>121</sup>.

Para el análisis térmico del receptor, se toma como referencia los parámetros propuestos por Robert Y. MA<sup>122</sup>, en el cual se realizan pruebas experimentales a un receptor cilíndrico del proyecto Shenandoah, ubicado en Georgia, con el fin de determinar las pérdidas de calor del receptor de cavidad por la variación de ángulos de inclinación de 0 a 90 ° y las velocidades de viento entre 0, 6, 8, y 20 mph (0, 2.7, 3.6 y 8.9 m/s). La prueba experimental concluye que las pérdidas de calor por convección forzada es la más alta con la apertura del receptor mirando horizontalmente (0°) y disminuye a medida que el receptor se inclina hacia abajo (90°). Las pérdidas por convección forzada son mayores en magnitud con respecto a las pérdidas por convección natural. El viento tiene un efecto en las pérdidas convectivas del receptor, ya que son más grandes cuando las corrientes del viento están paralelo a la abertura y es más pequeño para el viento soplando directamente a la abertura <sup>123</sup>.

Las velocidades y los ángulos de inclinación utilizados por Ma en la prueba experimental, se toman como referencia para comparar las pérdidas por convección del receptor y de esta manera analizar el comportamiento de los resultados generados por el modelo matemático.

---

<sup>119</sup> BELTRAN, Ricardo, Op. cit.,

<sup>120</sup> MA, Robert Y. Op. cit., p. 20

<sup>121</sup> DIVER R. B., Op. cit., Pag. 6.

<sup>122</sup> MA, Robert Y. Op. cit.,

<sup>123</sup>MA, Robert Y. Op. cit.,

### 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En esta sección se pretende mostrar los resultados de la selección de los dos tipos de concentradores parabólicos y del motor Stirling, además del desarrollo e implementación del modelo matemático en Python. Al final de la sección se desarrolla la discusión de los resultados obtenidos por el modelo matemático a partir de la validación del modelo y del caso de estudio.

#### 3.1 SISTEMA DE CONCENTRACIÓN SOLAR DISCO- STIRLING (CPC)

En la sección 2.1 se describió los criterios de selección para los componentes del sistema, como el concentrador de disco parabólico y el motor Stirling. Es importante que se tenga en cuenta que las dimensiones del receptor se determinan en el desarrollo del análisis de los resultados, ya que a partir de la selección que se va a describir a continuación, se definirá el desempeño del sistema.

3.1.1 Disco parabólico. Los criterios de selección detallados en la sección 2.1.1 son desarrollados en este capítulo con el fin de elegir los dos tipos de concentradores que mejor se ajusten para el análisis del caso de estudio.

Los tres criterios para la selección del concentrador se aplican para cada tipo de concentrador, primero se analizan con los criterios 1 y 2 con el fin de que se tenga un concentrador por cada tipo y de esta manera comparar al final tres concentradores, eligiendo 2 de los tres aplicando el 3 criterio.

En primer lugar, se analiza la eficiencia óptica de los concentradores de facetas de vidrio, en los que se destacan, el vanguard 1 con una eficiencia óptica del 89% y el jet propulsión laboratory con una eficiencia óptica del 89%. Para determinar un solo concentrador de este tipo de colectores parabólicos, se aplica el segundo criterio evaluando la relación de concentración del vanguard y el jet propulsión, en el cual se destaca el jet propulsión laboratory con un valor de 3500 en comparación del vanguard con un valor de 2800.

Los concentradores de superficie llena de concentradores parabólicos, llamados así porque están conformados por fragmentos de espejos alrededor de una superficie parabólica, se evidencia la eficiencia óptica del general electric PDC-1 y el Acurez 15 con valores del 76% y el 92% respectivamente. Por lo que se elige el Acurez 15 m por su alta eficiencia óptica de 92 % y su alta relación de concentración de 1925.

Los 3 concentradores de membrana estirada, PAS de 17 m, PAS DE 7.5 m y el Cummins power generation CPG – 460, se compararán según el primer criterio de selección, en el que el PAS 7.5 m se destaca teniendo una eficiencia óptica de 82 % con una relación de concentración de 600.



A partir de los tres concentradores seleccionados por cada clasificación, el jet propulsión, El Acurex 15 m y el PAS 7.5 m se evalúan a partir del tercer criterio. En el cuadro 11 se puede apreciar las características de estos tres concentradores.

Cuadro 11. Comparación de concentradores seleccionados.

Jet Propulsion Laboratory	Acurex 15-m	PAS 7.5 m
1. Espejos de vidrio 10,57 m 2. Relación de concentración 3500 3. Eficiencia óptica 89%	1. Diámetro de apertura 15 m 2. Relación de concentración 1925 3. Eficiencia óptica 92 %	1. Diámetro 7.5 m 2. Relación de concentración 600 3. Eficiencia óptica 82 %

Fuente: STINE, William B. y DRIVER, Richard B. The United States Department of Energy under. A Compendium of Solar Dish/ Stirling Technology. Albuquerque, California, 87185-0703.

La matriz de la tabla 5, compara los factores del tercer criterio con el fin de elegir dos tipos de concentradores.

Tabla 3. Matriz de selección del concentrador

Concentradores / otros factores	Jet Propulsion Laboratory	Acurex 15-m	PAS 7.5 m
Construcción	Complicada	Complicada	Fácil
Diseño implementado en la actualidad	SI	NO	SI
Escala comercial	SI	NO	SI
Costos de fabricación	ALTO	ALTO	Bajo

Se generó un análisis de los tres concentradores y se determinó que los concentradores a trabajar para el análisis del modelo son el Jet propulsión Laboratory y el PAS 7.5.

3.1.2 Motor Stirling. Según el cuadro comparativo de la sección 2.1.2 se selecciona el motor tipo alfa. Aunque los tres tipos de motores tienen el mismo principio de funcionamiento, el alfa presenta facilidad en su construcción y es uno de los que se utiliza más en los análisis de motores Stirling, esto es determinado a partir del número de resultados de búsqueda en bases de datos como Science Direct con resultados de 902 artículos que mencionan el tipo beta, 739 artículos mencionan al tipo beta y 833 artículos mencionan el tipo gama.

### 3.2 VARIABLES DEL MODELO MATEMÁTICO

Los resultados del modelo matemático se dividen en dos fases, la primera hace parte de la comparación de los datos numéricos del modelo con respecto a los datos

experimentales analizados por los autores Ricardo Beltrán y Robert Y. MA. La segunda fase consiste en implementar los datos del caso de estudio, para esta fase se determinó el lugar con mayor recurso solar en Colombia, ubicada en la guajira, especificada en la sección 1.3.3 y la previa selección de los concentradores parabólicos en la sección 3.1.1, con el fin de analizar el funcionamiento de los dos sistemas.

3.2.1 Variables para la validación del modelo. El modelo requiere inicialmente datos de operación, como dimensiones y variables climáticas para evaluar numéricamente el desempeño térmico de la cavidad receptora en las dos fases del estudio.

En la tabla 4 se describen las variables iniciales para la validación del modelo.

Tabla 4. Condiciones de operación para validar el modelo

Variables del lugar		
Irradiancia	900	W/m <sup>2</sup>
Velocidad del aire	3	m/s
Temperatura ambiente	315	K
Viscosidad cinemática del aire	79.20x10 <sup>-6</sup>	m <sup>2</sup> /s
Conductividad térmica del aire	0.024	W/mk
Variables del concentrador parabólico		
Diámetro del concentrador	4	m
Índice de reflectancia del material	0.92	%
Emisividad del material	0.917	%
Angulo de borde	45	Grados
Error total del colector solar	8	Mrad

Tabla 4. Condiciones de operación para validar el modelo (continuación)

Variables del receptor		
Diámetro exterior de la cavidad	0.42	m
Diámetro de la cavidad	0.135	m
Absorbancia de la superficie del material de la cavidad	0.975	%
Angulo de inclinación	40	Grados
Longitud del receptor	0.08	m
Espesor del aislante	0.07	m
Conductividad del material	16.3	W/mk

Fuente: BELTRAN, Ricardo, et al. Mathematical model for the study and design of a solar dish collector with cavity receiver for its application in Stirling engines. En: journal of mechanical science and technology. vol. 26, no. 10, p. 3311-3321

Se debe tener en cuenta que datos específicos del motor Stirling no son necesarios, inicialmente para el modelo matemático, esto debido a que, a partir del algoritmo descrito en la figura 26, el modelo pretende predecir la potencia de entrada del motor, determinado por el balance térmico de energía del receptor. Al final del modelo, la potencia de salida del motor es calculada.

3.2.2 Caso de estudio. Uno de los objetivos para el caso de estudio es realizar una predicción del funcionamiento de un sistema disco Stirling, a partir de la variación de dos tipos de concentradores parabólicos, por lo que a continuación se describe las condiciones de operación de los concentradores Jet propulsion laboratory y PAS 7.5m. Concentradores que fueron seleccionados y determinados en las secciones 2.1.1 y 3.1.1, ver tablas 5a 7.

Tabla 5. Condiciones de operación de Uribía

Irradiancia	900	W/m <sup>2</sup>
Velocidad del aire	3	m/s
Temperatura ambiente	315	K
Viscosidad cinemática del aire	79.20x10 <sup>-6</sup>	m <sup>2</sup> /s
Conductividad térmica del aire	0.024	W/mk

Tabla 6. Condiciones de operación del Jet propulsión Laboratory

Variables del concentrador		
Diámetro del concentrador	10.7	m
Distancia focal	6.458	m
Angulo de borde	45	Grados
Índice de reflectancia del material	0.95	%
Emisividad del material	0.917	%
Error total del colector solar	0.5	mrad
Variables del receptor		
Diámetro exterior de la cavidad	0.4	m
Diámetro de la cavidad	0.180	m
Longitud del receptor	0.08	m
Espesor del aislante	0.22	m
Conductividad del material	16.3	W/mk
Absorbancia de la superficie del material de la cavidad	0.975	%
Angulo de inclinación	40	Grados

Fuente: STINE, William B. y DRIVER, Richard B. The United States Department of Energy under. A Compendium of Solar Dish/ Stirling Technology. Albuquerque, California, 87185-0703.

Tabla 7. Condiciones de operación del PAS 7.5 m

Variables del concentrador		
Diámetro del concentrador	7.5	m
Distancia focal	4.5	m
Angulo de borde	45	Grados
Índice de reflectancia del material	0.92	%
Emisividad del material	0.917	%
Error total del colector solar	1.8	mrads
Variables del receptor		
Diámetro exterior de la cavidad	0.38	m
Diámetro de la cavidad	0.13	m
Longitud del receptor	0.08	m
Espesor del aislante	0.25	m
Conductividad del material	16.3	W/mk
Absorbancia de la superficie del material de la cavidad	0.975	%
Angulo de inclinación	40	Grados

Fuente: STINE, William B. y DRIVER, Richard B. The United States Department of Energy under. A Compendium of Solar Dish/ Stirling Technology. Albuquerque, California, 87185-0703.

### 3.3 ANALISIS DE RESULTADOS

El análisis que se desarrolla a continuación, se desarrolla a partir de la metodología utilizada que se describió en la sección 2.4

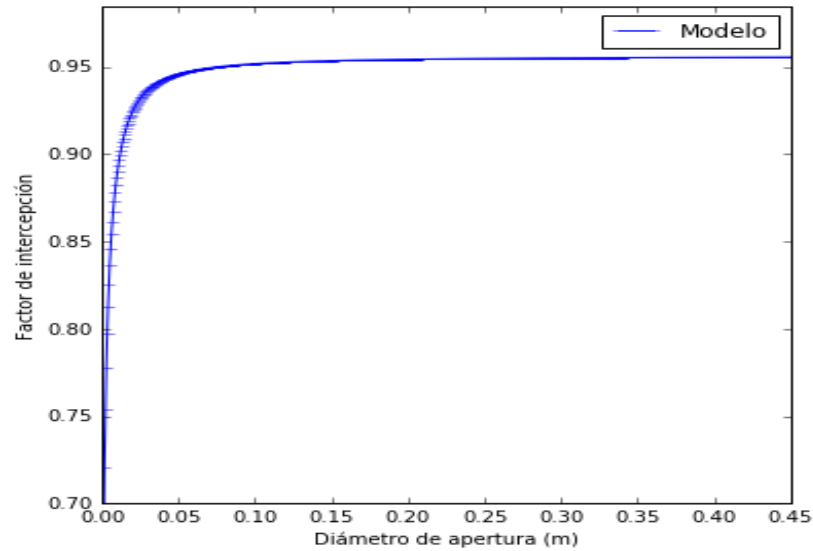
3.3.1 Validación numérica del modelo. Para la validación numérica del modelo se utiliza las condiciones de operación de la tabla 6 y se evalúa a partir del comportamiento de la gráfica del diámetro de apertura con el factor de intercepción, según el modelo experimenta WGA-500<sup>124</sup>.

3.3.1.1 Factor de intercepción. Un factor importante del cual se ha hecho referencia en el desarrollo de la investigación, es el factor de intercepción, ya que a partir de este factor se determina la función del diámetro de abertura.

Para determinar la influencia del diámetro de apertura respecto al factor de intercepción, se varió entre cero y 1/5 de metro el diámetro de apertura y la fracción resultante es la potencia interceptada como se muestra en la gráfica 2.

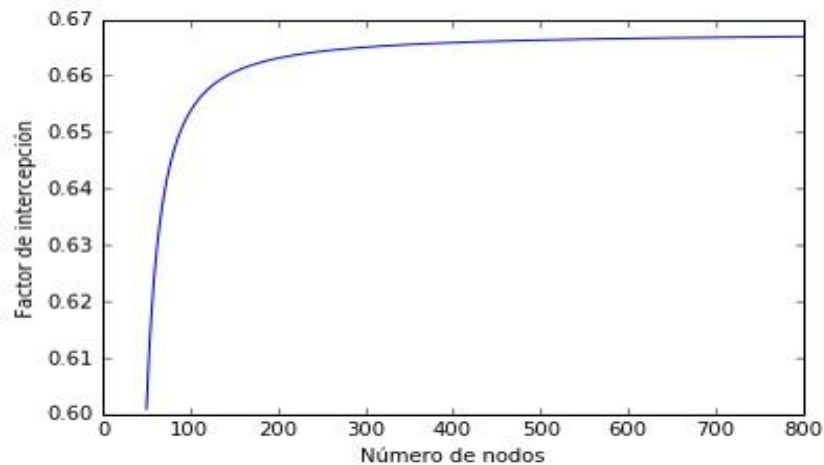
<sup>124</sup> DRIVER, R.B. The advanced dish development system Project, citado por BELTRÁN, Ricardo; VELAZQUEZ, Nicolás; COTA ESPERICUETA, Alma; SAUCEDA, Daniel y PEREZ, Guillermo. Mathematical model fo the study and design of a solar dish collector with cavity receiver for its application in Stirling engines.

Gráfica 2. Influencia del diámetro de apertura en el factor de intercepción



La gráfica muestra un comportamiento similar al del modelo de Beltrán<sup>125</sup>, con un valor del factor de intercepción de 0.95, el valor que el autor referencia es de 0.987 cercano al valor que se obtuvo, sin embargo, se realiza un análisis de convergencia al número de divisiones en las que se está tomando los intervalos del diámetro de apertura, ver gráfica 3.

Gráfica 3. Convergencia



<sup>125</sup> BELTRAN, Ricardo, et al. Mathematical model for the study and design of a solar dish collector with cavity receiver for its application in Stirling engines. En: journal of mechanical science and technology. vol. 26, no. 10, p. 3311-3321

El número de nodos representa las  $n$  divisiones por las que se está tomando los intervalos de 0 a 1/5 de metro en el diámetro de apertura, si la gráfica no se mantuviera en un valor del factor de intercepción, se asumiría que el análisis que se tendería a infinito sin tener una respuesta.

Es importante para el modelo se busque la garantía de que, al realizar un buen número de iteraciones, las aproximaciones obtenidas terminen acercándose cada vez más al valor buscado.

Exactamente la gráfica 3 nos indica lo anteriormente mencionado, si se realiza una división de nodos entre 50 y 150 nodos los valores en algún punto de la iteración divergen alejándose del resultado deseado. Lo contrario pasa cuando el número de nodos es mayor a 150 hasta 800, la gráfica 3 representa convergencia en un factor de intercepción de 0.67 con 800 nodos asegurando estabilidad en los resultados y que por lo tanto se tiene en cuenta para el desarrollo de la gráfica 2 con este número de nodos.

El resultado de 0.95 es un valor cercano a los resultados mostrados por el autor Beltrán en su publicación, sin embargo, el valor puede diferir bastante al modelo que se desarrolló, por datos que asumieron directamente para poder desarrollar el modelo, como la velocidad cinemática del aire y la velocidad del mismo que depende de la ubicación en la que los autores desarrollaron el caso de estudio.

El diámetro de apertura del receptor se elige a partir de un factor de intercepción que sea cercano a 1, teniendo en cuenta la convergencia del factor y de esta manera elegir un tamaño de apertura que no sea tan grande para no aumentar las pérdidas de radiación y convección del receptor. Un valor entre 0.12 – 0.18m de diámetro de apertura sería ideal para un receptor con las características establecidas en la tabla 6 y la gráfica 2, así mismo como el autor Beltrán lo referencia<sup>126</sup>.

3.3.1.2 Pérdidas térmicas por el receptor. En la gráfica 4 se presentan las pérdidas térmicas en el receptor, según la variación de la temperatura del absorbedor. Las pérdidas totales se consideran como la sumatoria de las energías que el receptor no retiene en la cavidad y de las cuales son emitidas hacia la superficie del receptor en contacto con el ambiente. La conducción, la radiación emitida y la convección representa las pérdidas totales del receptor.

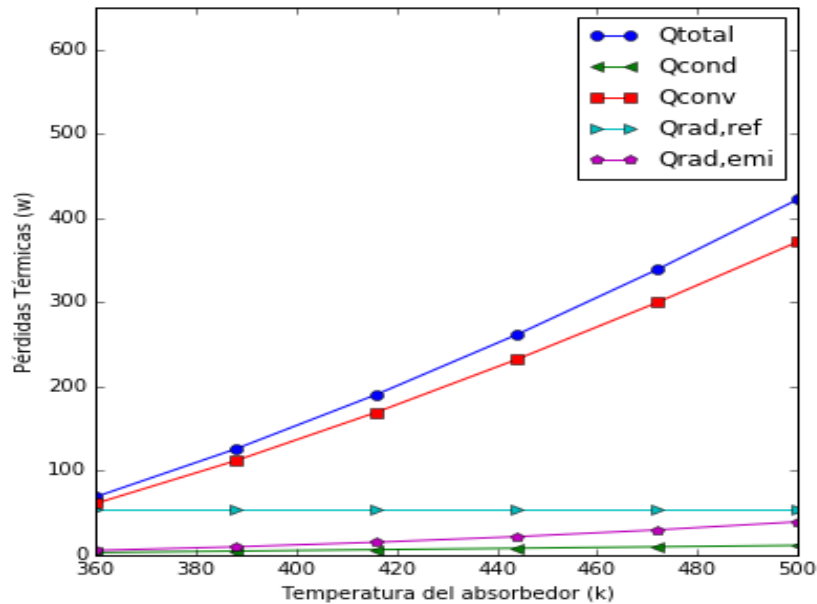
---

<sup>126</sup> BELTRAN, Ricardo, et al. Mathematical model for the study and design of a solar dish collector with cavity receiver for its application in Stirling engines. En: journal of mechanical science and technology. vol. 26, no. 10, p. 3311-3321

Para la realización de la gráfica 4, se tomaron temperaturas que el receptor de cavidad cilíndrica arrojó en las pruebas realizadas para las pérdidas térmicas del proyecto Shanandoah desarrollado por Sandia National Laboratories.<sup>127</sup>

La gráfica 4 pone en evidencia que las pérdidas por conducción son mínimas

Gráfica 4. Diferentes pérdidas térmicas en función de la variación de temperaturas del receptor.



como la literatura lo referencia y son dependientes de la temperatura del receptor, el espesor del aislamiento, la conductividad y temperatura del ambiente. Las pérdidas por radiación emitida son dependientes de las emisiones en la apertura, resultado de las altas temperaturas en las paredes del receptor.

La energía ganada en el receptor, es dada por la radiación absorbida que depende especialmente del coeficiente efectivo de absorbanza de la cavidad, que está en relación de las áreas del absorbedor y de la cavidad receptora. La radiación absorbida no depende de la temperatura del absorbedor por lo que se mantiene constante en la gráfica 4.

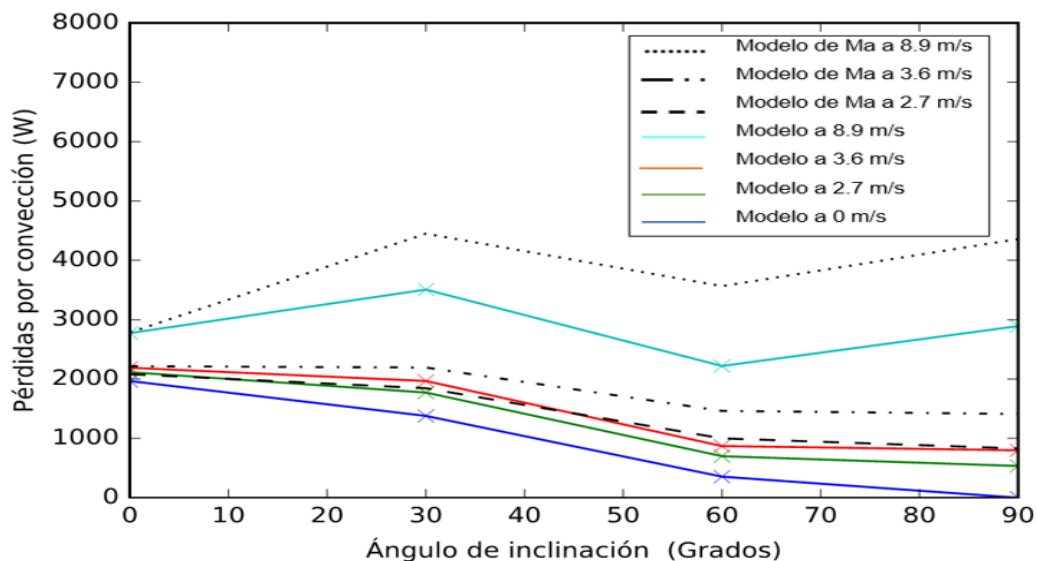
Las pérdidas convectivas en este caso del modelo predominan, representando una fracción importante en las perdidas del receptor. Para analizar estas pérdidas, el

<sup>127</sup> MA, Robert Y. Wind Effects on Convective Heat Loss from a Cavity Receiver for a Parabolic Concentrating Solar Collector. 1993.

modelo experimental WGA por  $Ma^{128}$  predice las pérdidas convectivas realizadas por el receptor a diferentes ángulos de inclinación como se explicó anteriormente en la metodología. Las pérdidas convectivas dependen de las condiciones del lugar específicamente de la temperatura del ambiente, velocidad del viento y la temperatura de la cavidad del receptor.

La grafica 5 representa las pérdidas por convección del modelo de  $Ma^{129}$  y las predecidas por parte del modelo que se desarrolló en la investigación. El comportamiento de los dos modelos es similar, lo cual quiere decir que el modelo predice el funcionamiento de las pérdidas térmicas del receptor, y que son cercano a los resultados experimentales obtenidos por Ma. A pesar de que no son exactas tienden a aproximarse los dos modelos, ver gráfica 5. Variables como el coeficiente de expansión volumétrica y la viscosidad cinemática del aire son importantes para llegar a la aproximación del comportamiento del modelo de Ma, estas variables son importantes a la hora de definir un numero de Grashof con el fin de analizar qué fuerza predomina, si la de flotabilidad o la fuerza de viscosidad, de esta manera considerar cuál de las dos fuerzas genera un efecto mayor en el receptor.

Gráfica 5. Pérdidas convectivas en función del ángulo de inclinación y la variación de las velocidades.



La relación de estas las fuerzas de flotabilidad y las de viscosidad  $Gr/Re^2$ , a partir de la variación de la velocidad, el modelo arroja datos de relación entre estas dos

<sup>128</sup> MA, Robert Y. Wind Effects on Convective Heat Loss from a Cavity Receiver for a Parabolic Concentrating Solar Collector. 1993.

<sup>129</sup> MA, Robert Y. Wind Effects on Convective Heat Loss from a Cavity Receiver for a Parabolic Concentrating Solar Collector. 1993.



fuerzas de  $1.456697127 \times 10^{-07}$  a  $1.6206901559 \times 10^{-06}$ , siendo la relación mucho menor a  $1 \frac{Gr}{Re^2} \ll 1$ , esto quiere decir que las fuerzas de flotabilidad son despreciables y se debe considerar la convección forzada como la predominante.

Anteriormente en la definición de los parámetros del modelo, ver sección 2 y según el estado del arte de las pérdidas convectivas del receptor, se mencionó que las pérdidas de convección forzada podrían llegar hacer tres veces mayor que las pérdidas por convección natural. Para validar las pérdidas por convección forzada se grafica cada pérdida por convección y se determina en cuantas veces esta la convección natural en la convección forzada.

La presencia de viento altera los patrones de flujo dentro del receptor, como se puede ver en la gráfica 6, donde las pérdidas por convección forzada a partir de la variación del ángulo de inclinación y las direcciones del viento en el receptor, afectan considerablemente las pérdidas convectivas. Para un ángulo de  $0^\circ$  en la prueba experimental de  $Ma^{130}$ , el viento no altera la temperatura interna con respecto a la convección natural interna en la cavidad, ya que la corriente de aire esta en dirección frontal a la abertura del receptor. Para un receptor que se encuentra entre los  $30^\circ$  a los  $60^\circ$ , según  $Ma$ , los efectos del viento en dirección frontal sobre la cabeza del receptor depende de la velocidad del viento, si la velocidad es baja el aire de circulación resulta en una porción inferior del receptor, por lo que en la gráfica 6 se puede apreciar para velocidades de 3.6 y 2.7 un valor de convección forzada casi constante para ángulos entre  $30 - 60^\circ$ ; en cambio si la velocidad del viento es alta, resulta una proporción mayor de circulación de aire en el receptor. El autor  $Ma^{131}$ , afirma que el resultado de la circulación de aire dentro del receptor se debe a la presencia de fuerzas de cizallamiento en la abertura del receptor, causadas por la componente tangencial de la velocidad del viento, por lo general la dirección del viento es paralela a la abertura del receptor. Esto explica que a medida que el ángulo del receptor se encuentra entre los  $30-60^\circ$  con velocidades de viento altas, presenta una pendiente negativa por el corte tangencial de la velocidad del viento.

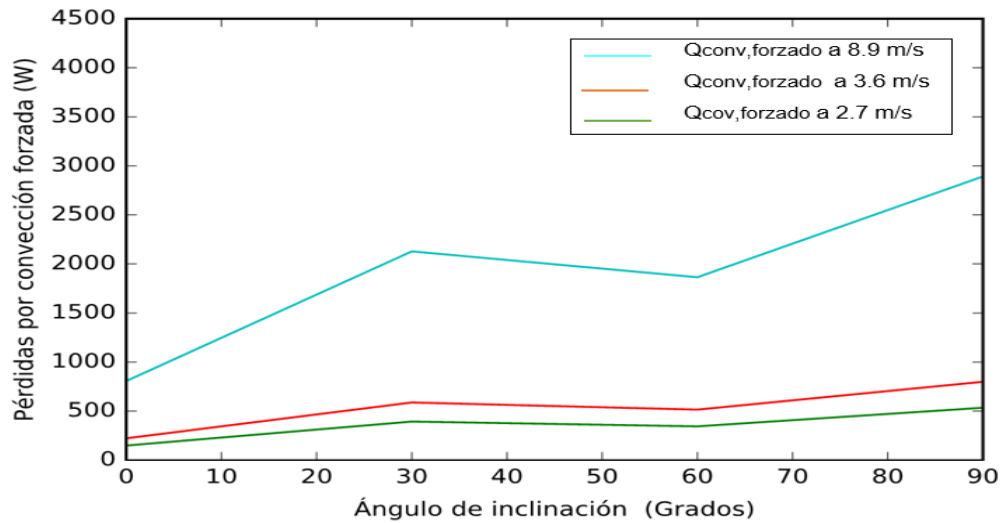
Las pérdidas de calor por convección forzada del receptor son más altas con el receptor orientado hacia abajo, esto quiere decir a  $90^\circ$  de inclinación con un valor de pérdida de 2892.2312 W para una velocidad del viento de 8.9 m/s. Las pérdidas en convección forzada son menores cuando el ángulo de inclinación es  $0^\circ$ , esto quiere decir con orientación horizontal.

---

<sup>130</sup> MA, Robert Y. Wind Effects on Convective Heat Loss from a Cavity Receiver for a Parabolic Concentrating Solar Collector. 1993.

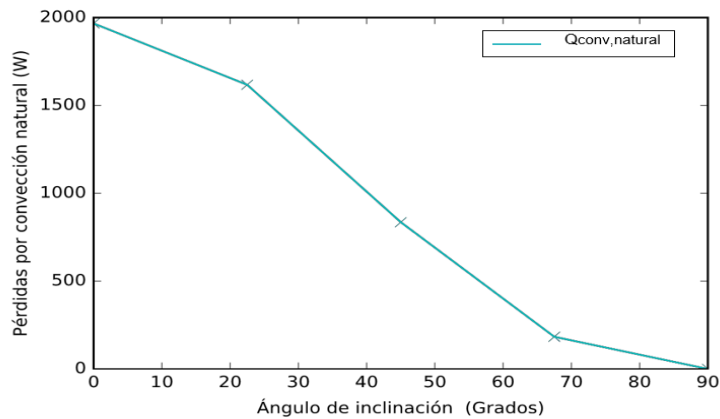
<sup>131</sup>MA, Robert Y. Wind Effects on Convective Heat Loss from a Cavity Receiver for a Parabolic Concentrating Solar Collector. 1993.

Gráfica 6. Pérdidas por convección forzada.



Las pérdidas por convección natural son de aproximadamente 2KW con el receptor orientado horizontalmente a 0°y es cero para un ángulo de inclinación de 90° como se puede ver en la gráfica 7. El comportamiento de la disminución de las pérdidas por la convección natural a medida que el receptor se inclina hacia abajo se debe al volumen del receptor, llamada zona estancada, donde las corrientes convectivas son inexistentes y la temperatura del aire es alta y una porción pequeña se encuentra en la zona convectiva donde existe paso de corrientes de aire significativas<sup>132</sup>.

Gráfica 7. Pérdidas por convección natural

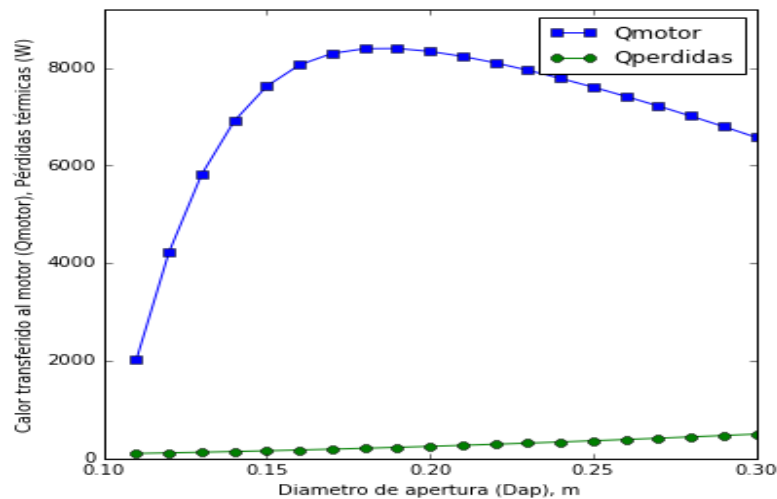


<sup>132</sup> MA, Robert Y. Wind Effects on Convective Heat Loss from a Cavity Receiver for a Parabolic Concentrating Solar Collector. 1993.

La iteración del diámetro de apertura de la cavidad con respecto a las pérdidas térmicas y la transferencia de calor al motor, se realiza con la finalidad de encontrar una relación del diámetro con respecto al concentrador que en un inicio se definió, con el fin de evitar las mínimas pérdidas por sombra que el diámetro del receptor genera sobre el concentrador, ver gráfica 8.<sup>133</sup>

La gráfica 8 representa un paso importante en la selección de la apertura del receptor, ya que se busca que la diferencia de pérdidas sea mínima y que el calor transferido del motor sea un valor alto de acuerdo al diámetro de apertura, así se asegura que la energía térmica que se encuentra en el receptor va a ser casi igual a la que recibe el motor Stirling.

Gráfica 8. Pérdidas térmicas y calor transferido al motor



Mencionado lo anterior, si las pérdidas del receptor son afectadas por el diámetro de apertura, las eficiencias estarían como otro factor iterativo que se puede ver afectado por esta variable.

3.3.1.3 Eficiencias del sistema. La gráfica 9 representa las eficiencias de cada uno de los componentes según la variación del diámetro de apertura, la eficiencia del receptor  $\eta_{rec}$ , eficiencia del motor  $\eta_{motor}$ , eficiencia del disco  $\eta_{disco}$ , eficiencia del colector  $\eta_{col}$ , que depende de la eficiencia del receptor, ver ecuación 38 y la eficiencia global que representa la conversión de la energía de entrada en porcentaje de la energía final del motor.

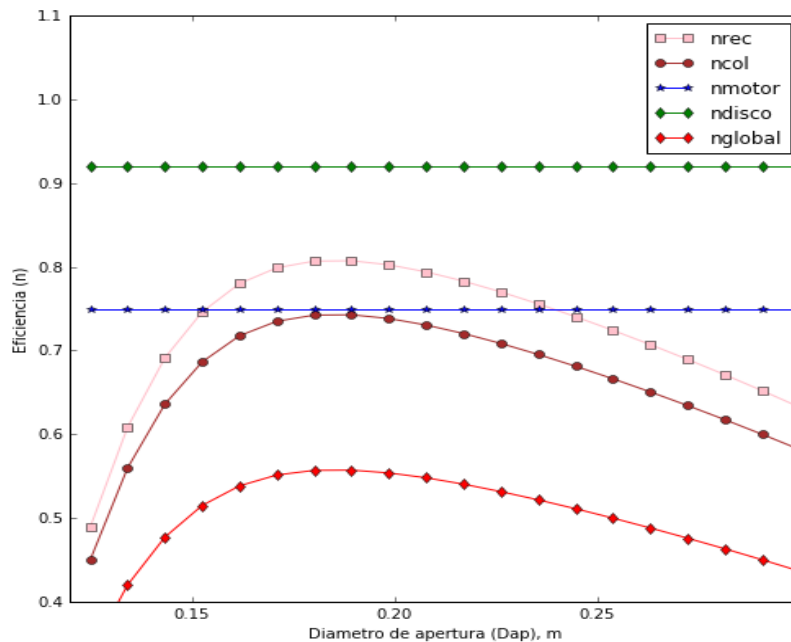
La eficiencia del disco  $\eta_{disco}$  es directamente proporcional a la reflectancia del colector. La reflectancia varía según la película superficial que se le fabrica o

<sup>133</sup> MA, Robert Y. Wind Effects on Convective Heat Loss from a Cavity Receiver for a Parabolic Concentrating Solar Collector. 1993.

selecciona al disco parabólico, lo cual se comporta como una línea recta en la gráfica 9. Una eficiencia de energía concentrada en el disco parabólico se conoce como la eficiencia del colector  $\eta_{col}$ . Esta eficiencia depende de la eficiencia del receptor.

La eficiencia del receptor es una de las eficiencias más importantes para el diseño o construcción del sistema, ya que de las pérdidas del receptor depende asegurar la energía transferida al motor Stirling. La gráfica 9 y el modelo matemático de Beltrán<sup>134</sup>, presentan un comportamiento igual con la diferencia que el modelo que se desarrolló en la investigación. El modelo por tiene el mismo comportamiento a partir de un diámetro de apertura de 0.125.

Gráfica 9. Gráfica de eficiencias



La eficiencia global tendría aproximadamente un máximo del 55 % de eficiencia en el sistema según la comprobación del modelo.

La eficiencia del motor tiene un comportamiento lineal, esto se debe a que el modelo matemático es de primer orden, en donde la potencia de salida se hace con un factor de corrección de curva experimental como anteriormente se había mencionado en la sección 2.2.4.3 y da valores cercanos a 75% en eficiencia.

<sup>134</sup> BELTRAN, Ricardo, et al. Mathematical model for the study and design of a solar dish collector with cavity receiver for its application in Stirling engines. journal of mechanical science and technology. vol. 26, no. 10, p. 3311-3321

3.3.2 Caso de estudio. Para el caso de estudio se realizó la selección de dos concentradores parabólicos compuestos, un concentrador de tipo facetas de vidrio desarrollado por Jet propulsión laboratory y un segundo concentrador de membrana estirada llamado PAS 7.5 m desarrollado por Schlaid, Bergermann and Partner.

La finalidad de esta selección es de validar los datos que proporciona el autor Stine<sup>135</sup> de los dos concentradores, para que a partir del modelo matemático desarrollado se logre predecir dimensiones del colector para que el sistema cumpla con los requisitos de temperatura y de transferencia de calor al motor Stirling, al igual que el funcionamiento de todo el sistema a partir de eficiencias y pérdidas térmicas generadas por condiciones climáticas del lugar y por factores de forma del concentrador y del receptor.

Se plantea el análisis a partir de la zona en Colombia que presentó una irradiación favorable para el sistema, que para este caso es el municipio de Uribía ubicado en la guajira, zona norte del país.

Uribía presenta irradiancias mayores a  $800 \text{ w/m}^2$  como promedio horario entre enero y septiembre, llegando a tener irradiancias de hasta  $893.8 \text{ w/m}^2$  en el mes de febrero. Este último valor es tomado en referencia para el análisis del comportamiento de cada uno de los concentradores, debido a que los concentradores se fabrican para una irradiación de  $1000 \text{ w/m}^2$  de esta manera asegurar un alto rendimiento.

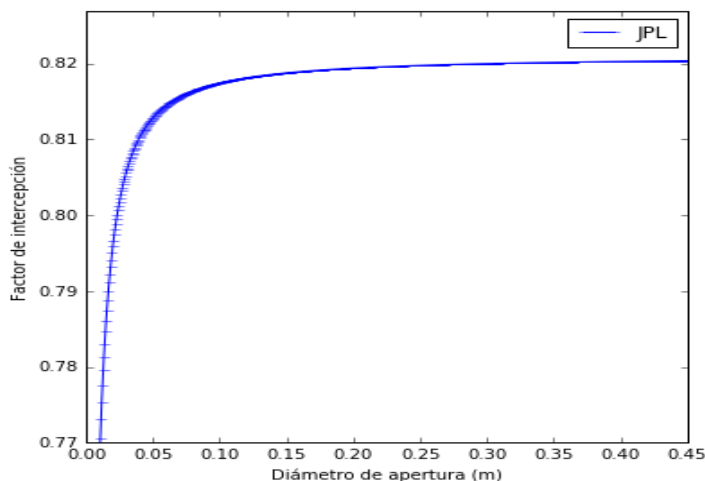
El primero factor analizado es el factor de intercepción con respecto al diámetro de apertura del receptor, ver gráficas 10 y 11. En las tablas 8 y 9, se describen los datos que inicialmente se usaron en el programa para corregir las dimensiones a partir del modelo.

El factor de intercepción en variación de los diámetros de apertura mostrados en las gráficas, presentan una estimación del diámetro de apertura igual a 0.18 con un factor de intercepción de 0.819 para el concentrador jet propulsión laboratory en la gráfica 10 y un diámetro de apertura igual a 0.13 para el PAS 7.5 con un factor cerca del 0.95, como el factor de intercepción es inversamente proporcional al diámetro del concentrador, el factor de intercepción es mayor para el concentrador PAS por los 7.5 m de diámetro que tiene el colector.

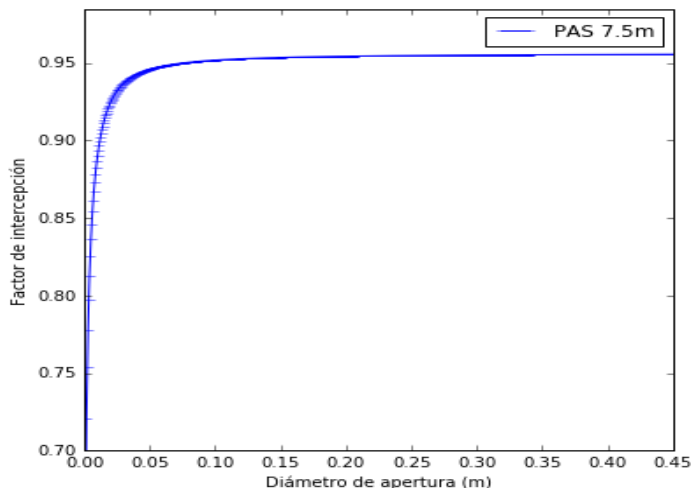
---

<sup>135</sup> STINE, William B. y DRIVER, Richard B. The United States Department of Energy under. A Compendium of Solar Dish/ Stirling Technology. Albuquerque, California, 87185-0703.

Gráfica 10. Factor de intercepción para el concentrador JPL



Gráfica 11. Factor de intercepción para el concentrador PAS 7.5m

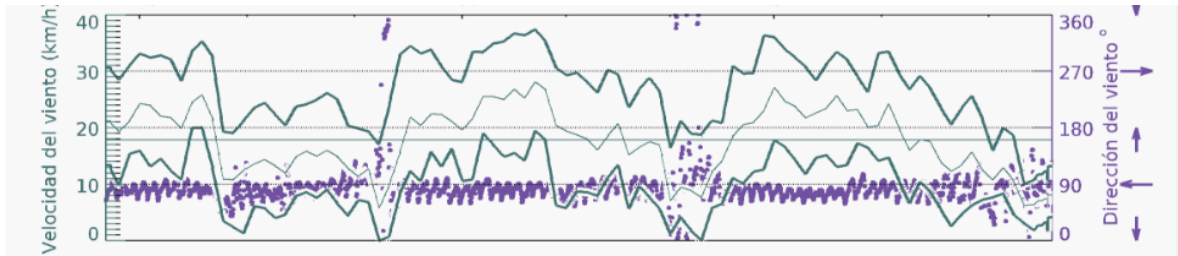


Los diámetros de apertura de la cavidad anteriormente seleccionados, puede llegar a modificarse si se tiene que cumplir con alguna potencia de entrada del motor Stirling.

Para la siguiente gráfica, se pretende elegir una temperatura de las paredes del receptor, por lo cual se grafica la variación de esta temperatura con respecto a las pérdidas causadas en el absorbedor. Para iterar las pérdidas, se necesita de datos del lugar como la temperatura ambiente que se toma a 315 K, la velocidad del aire en el lugar donde se va a implementar, en este caso de Uribía, ver figura 27, el valor a trabajar para la velocidad del aire en Uribía es de 4 m/s, tomándose como la crítica. La viscosidad cinemática para el cálculo del número de grashof en las pérdidas por

convección natural se toma un valor de  $1.562 \times 10^{-5}$  a una temperatura de  $25^{\circ}\text{C}$ , la conductividad térmica del aire con un valor de  $0.024 \text{ W/mK}$ .

Figura 27. Velocidades promedio anuales en Uribía



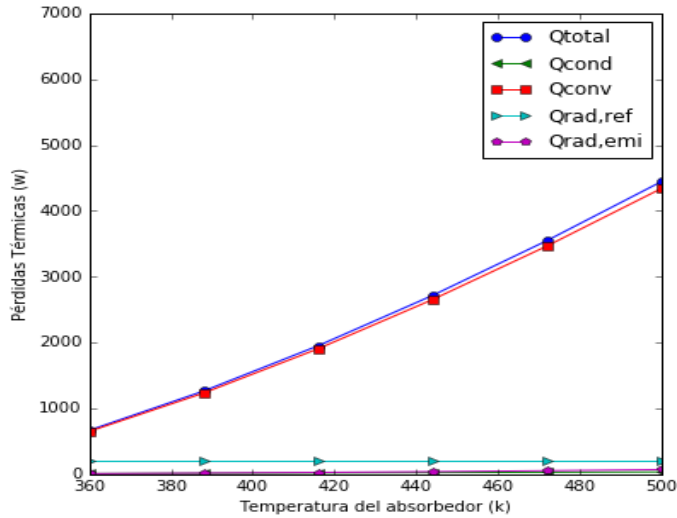
Fuente: Meteoblue. Archivo meteorológico Uribia.[consultado el 04/04/2017]  
[https://www.meteoblue.com/es/tiempo/pronostico/archive/uribia\\_colombia\\_3666409?fcstlength=1y&year=2017&month=3](https://www.meteoblue.com/es/tiempo/pronostico/archive/uribia_colombia_3666409?fcstlength=1y&year=2017&month=3)

Para el análisis de las pérdidas por el concentrador JPL se dimensionó el receptor con un diámetro de 80 cm, un espesor del aislante de 10 cm, una longitud característica de 15 cm, valor que eleva las pérdidas del sistema.

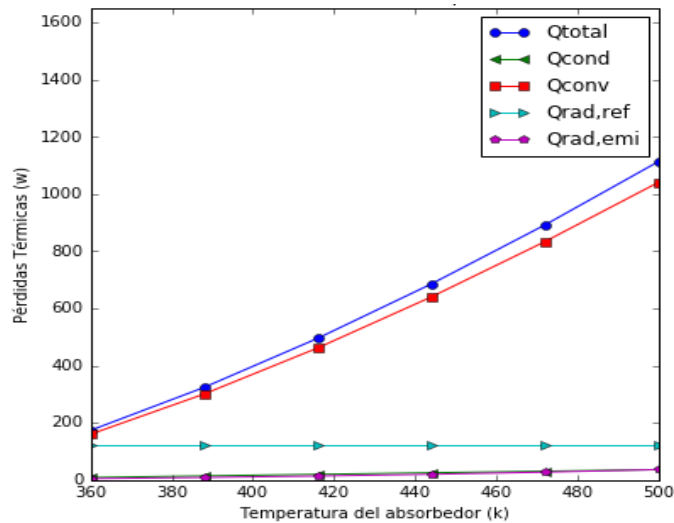
Las dimensiones del receptor que anteriormente se definieron, cambian según el diámetro del concentrador, esto se debe a que las pérdidas presentan relación entre el diámetro del concentrador con respecto al diámetro de la abertura y del receptor. Factores como el espesor del aislante del receptor son tomados de 2 a 5 cm para iterar, seleccionándose un valor de 4 cm. La longitud característica del receptor se estima entre valores de 5 cm a 10 cm, teniendo en cuenta que a medida que esta longitud sea mayor las pérdidas convectivas naturales en el sistema también lo serán, dado a esto se elige una longitud de 7.5 cm para el receptor en el concentrador.

Según las gráficas 12 y 13, además de la descripción mencionada anteriormente, se puede comprobar como las pérdidas térmicas son elevadas según el diámetro del concentrador y las características del receptor. Las pérdidas térmicas son mayores para el JPL por su diámetro del concentrador, por la misma razón se idealiza las dimensiones del receptor más grandes que el otro tipo de concentrador.

Gráfica 12. Pérdidas térmicas del JPL



Gráfica 13. Pérdidas térmicas del PAS 7.5



A medida que se itere la temperatura del absorbedor y se elija un valor, se debe asegurar que la diferencia de temperaturas sea pequeña para que la energía que entra al receptor sea casi igual a lo que sale hacia el motor.

Las pérdidas convectivas en ambos casos se muestran casi iguales a las pérdidas totales debido a las dimensiones del receptor.



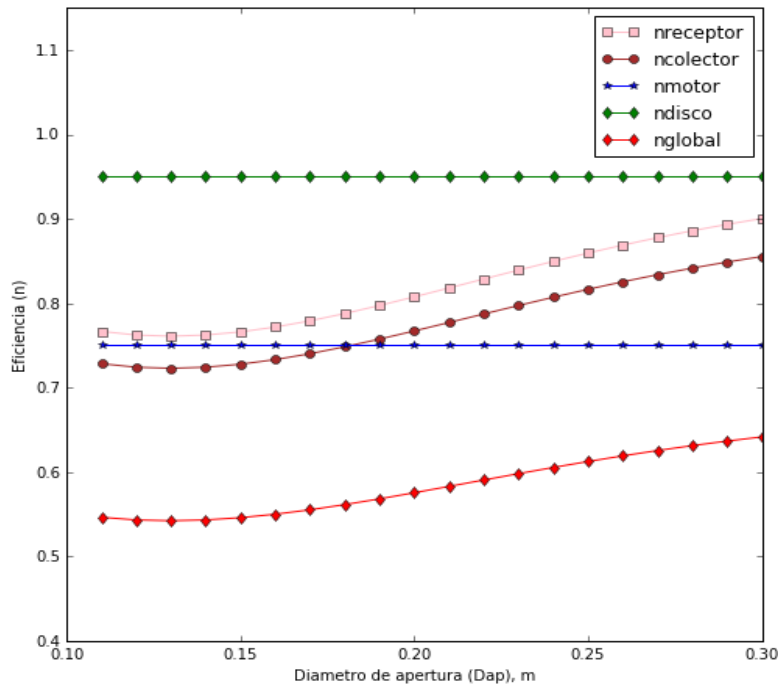
finalmente, para analizar las eficiencias de los dos sistemas, se selecciona temperaturas en ambos casos de 420K de las anteriores gráficas y se iteran con respecto al diámetro de apertura para asegurar cuanta energía se le transfiere al motor o de cuanta capacidad debería ser el motor según los datos mencionados anteriormente.

La gráfica 14 describe el comportamiento de cada componente del sistema JPL según los datos que se eligieron para el receptor y el concentrador. El sistema presenta eficiencias globales del 55% para un diámetro de apertura de 0.18, como se había mencionado ya, la eficiencia del receptor presenta una conversión de energía solar a energía térmica del 78% y por último la eficiencia del colector en ese mismo valor del diámetro de apertura es de 73%.

Para el concentrador PAS en la gráfica 16, se evidencia eficiencia global del 62 %, una eficiencia del receptor del 90% y una eficiencia del colector del 83 %.

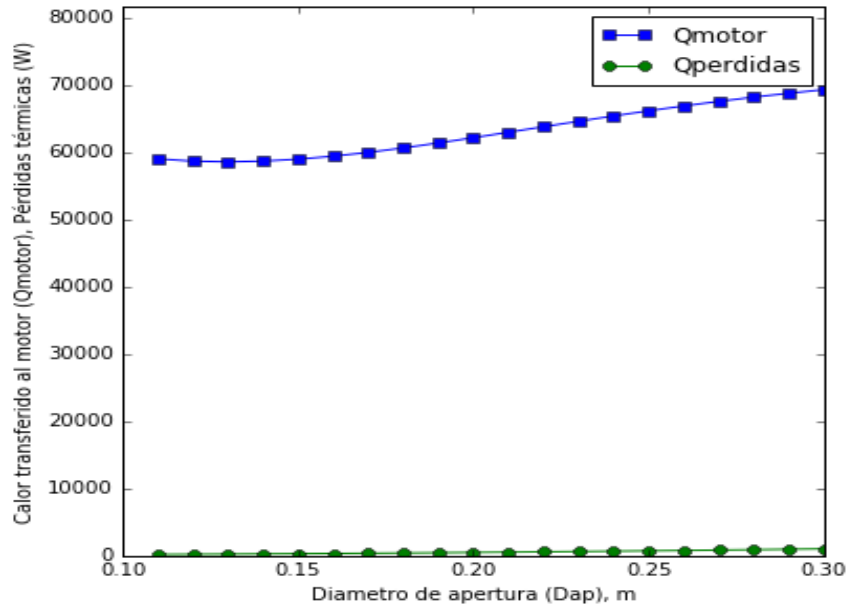
Es importante tener presente que la eficiencia óptica del colector es constante, ya que esta depende del material de la película superficial seleccionada, por lo que para el concentrador JPL es del 95% y para el PAS 7.5 es del 92%.

Gráfica 14. Eficiencias del sistema JPL

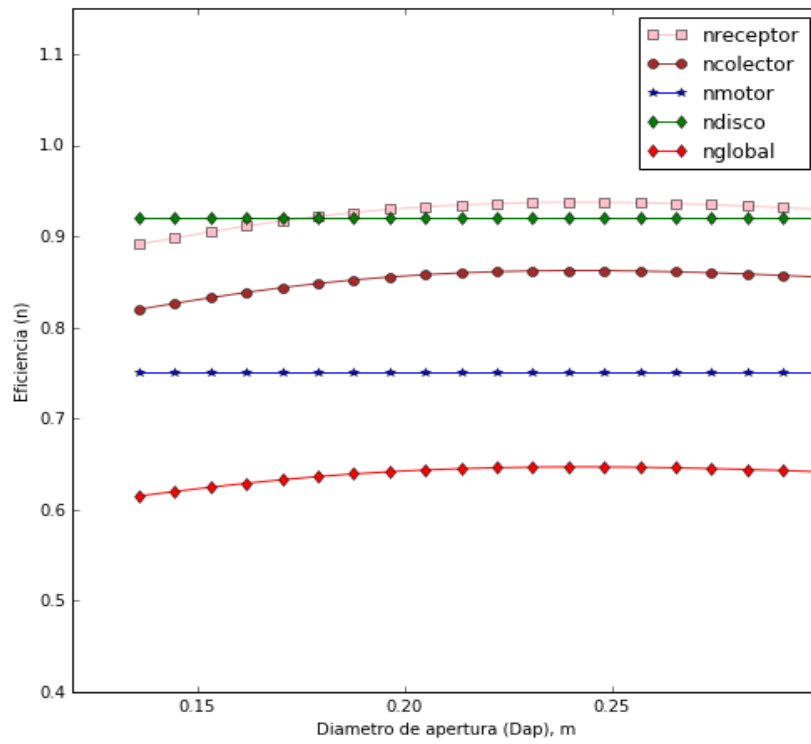


Las pérdidas y transferencia de calor de los dos sistemas se pueden evidenciar en las gráficas 15 y 17 donde la transferencia de energía térmica al motor por parte del receptor con un diámetro de apertura de 0.18 m es de 33 KW para el concentrador JPL y de 60 KW para el concentrador PAS, según el diámetro de apertura 0.13.

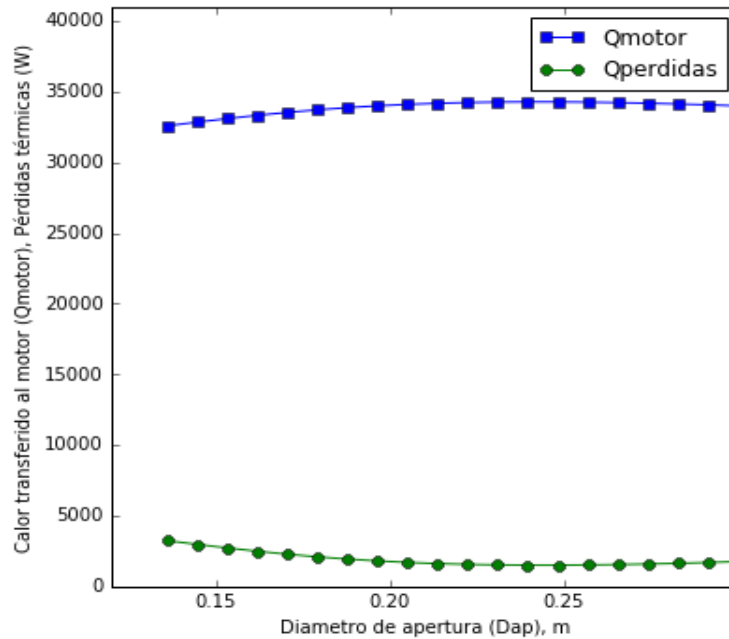
Gráfica 15. Pérdidas y transferencia de calor del sistema JPL



Gráfica 16. Eficiencias del sistema PAS



Gráfica 17. Pérdidas y transferencia de calor del sistema PAS



En el análisis realizado del sistema seleccionado se puede tener en cuenta a partir de que potencia de entrada que motor Stirling es ideal para cada concentrador. En algunas ocasiones, autores como Beltrán<sup>136</sup>, seleccionan el diámetro de apertura según la potencia requerida de un motor ya seleccionado para que los cálculos se sujeten a esa necesidad.

---

<sup>136</sup> BELTRAN, Ricardo, et al. Mathematical model for the study and design of a solar dish collector with cavity receiver for its application in Stirling engines. En: journal of mechanical science and technology. vol. 26, no. 10, p. 3311-3321

#### 4. CONCLUSIONES

- La zona norte de Colombia, cuenta con alto potencial solar para la implementación de sistemas de concentración solar térmicos de disco parabólico, con irradiaciones globales comprendidas entre los 5.0 y 5.5 KW/m<sup>2</sup>, donde municipios como Uribia en la Guajira presentan irradiancias horarias mayores a 800 Wh/m<sup>2</sup>; irradiaciones que son cercanas a las condiciones máximas de irradiancia de los 1000 Wh/m<sup>2</sup>, la cual es considerada para la fabricación de los concentradores parabólicos.
- La temperatura del receptor, el espesor del aislamiento, la conductividad térmica y temperatura del aire circundante al lugar, son las variables que definen las pérdidas conductivas del receptor y en consecuencia permiten estimar que las pérdidas conductivas en el sistema, son mínimas.
- El ángulo de inclinación del receptor según su orientación y la velocidad del aire en el lugar, son variables que pueden llegar a causar que las pérdidas por convección forzada lleguen a ser 3 veces mayores que las pérdidas por convección natural, esto se debe a la posición del receptor con respecto a las corrientes de aire, siendo mayores las pérdidas por convección forzada cuando el receptor está orientado horizontalmente a 0°, las cuales disminuyen a medida que es orientado a 90°, con respecto al disco.
- La implementación del modelo computacional en un software de programación, permitió establecer que el factor de intercepción, es relevante en el diseño de sistemas de disco Stirling, puesto que define la cantidad de energía que incidirá en la cavidad receptora.
- Partiendo de los datos experimentales tomados de la literatura, el modelo fue implementado considerando una eficiencia del 30% con respecto al motor Stirling. Dado lo anterior, es posible hallar una potencia de salida del motor con un factor de corrección del 30%, como representación de las pérdidas parasitarias del motor, con el fin de obtener una aproximación del estudio analítico en comparación al experimental reportado en la literatura. De la misma manera que la eficiencia está limitada, no se tiene en cuenta la conservación de la masa y la energía en la conversión de la energía térmica a la energía mecánica en el motor.
- De acuerdo con las condiciones de irradiancia del municipio de Uribia, tomadas para el análisis del modelo, los concentradores parabólicos, Jet propulsión laboratory y PAS 7.5, permitieron identificar las perdidas térmicas generadas por el sistema, al igual que sus eficiencias y la potencia generada por cada concentrador. El concentrador PAS 7.5, presentó mejores rendimientos globales del sistema con un valor del 62% y una potencia del sistema de 60KW, puesto que este tiene un mayor factor de intersección debido al diámetro del disco.

## 5. RECOMENDACIONES

Una vez concluido el proyecto de grado, se recomienda investigar otros aspectos relevantes sobre los sistemas de disco Stirling tales como:

- La construcción de un sistema disco Stirling a pequeña escala a partir del análisis desarrollado, teniendo en cuenta cada uno de los factores que afectan al sistema y de esta manera comprobar la predicción del modelo con un análisis experimental.
- Analizar posibles alternativas de mejora en el diseño de cada uno de los componentes de un sistema de disco Stirling para obtener una eficiencia más alta en el sistema, debido a que el concentrador, el receptor y el motor, desarrollan termodinámicamente diferentes tipos de transferencia de calor, por lo que una simulación avanzada en un programa de elementos finitos, podría llegar a predecir el comportamiento de los factores térmicos que se mencionaron y de esta manera analizar una posible alternativa de mejora en el diseño de cada uno de los componentes para obtener una eficiencia más alta en el sistema.
- Evaluar el funcionamiento del motor Stirling involucrando modelos de primer, segundo o tercer orden, en donde se tiene en cuenta la conservación de masa, energía y momento lineal, respectivamente. Ya que permitiría analizar con mayor exactitud su rendimiento.
- Estudiar modelos de disco parabólico que implemente motores de otros tipos de ciclos, por ejemplo, una turbina de gas o una de vapor en remplazo de un motor Stirling, para medir los rendimientos del sistema.
- Estudiar variables relacionadas con el lugar, tales como las condiciones eólicas de velocidad y dirección del aire en una zona determinada, con el fin de disminuir las pérdidas por convección forzada.

## BIBLIOGRAFÍA

BADEA, Nicolae. Design for Micro-Combined Cooling Heating, and Power Systems. London: 2015. 1-352 p. ISBN 978-1-4471-6253-7

BELTRAN, Ricardo, et al. Mathematical model for the study and design of a solar dish collector with cavity receiver for its application in Stirling engines. En: journal of mechanical science and technology. vol. 26.

BENSE, Tomás. Interacciones Atmosféricas. [Consultado el 06/202016]. Disponible en: <http://www.teledet.com.uy/tutorial-imagenes-satelitales/radiaciones-electromagneticas.htm>

BLAZEY, A. S. Solar Technologies for the 21st Century. The Fairmont Press, Inc., 2013.

BREU, Fx; GUGGENBICHLER, S. y WOLLMANN, Jc. Wind and Solar Power Systems: Design, Analysis, and Operation. 2008. P.343. ISBN 9780849315701  
CENGEL, Yunes y BOLES, Michael. Thermodynamic. 2 ed. McGrawHill, 2012.

CHEN, Julian. Physics of Solar Energy. Canada: John Wiley & Sons, 2011. ISBN 978-1-118-04832-0

DARLINGTON, Roy y STRONG, Keith. Stirling and Hot Air Engines. ISBN 9781861266880

DIVER R. B., Andraka C. E., Scott R. K., Goldberg V., Thomas G., The advanced dish development system project, Proceedings of Solar Forum 2001: Solar Energy: The Power to Choose, 2001.

DUFFIE, J.; BECKMAN, W. y WOREK, W. Solar Engineering of Thermal Processes, 2nd Ed. 1994. 67-67. ISBN 1118418123

El Ouederni AR, Salah MB, Askri F, Nasrallah MB y Aloui F. Experimental study of a parabolic solar concentrator. Rev Energ Renouvelables 2009

FINKELSTEIN, Theodor y ORGAN, Allan J. Air Engines: The History, Science, and Reality of the Perfect Engine. new york: 2001. ISBN 0791801713

FRASER, Paul R. Stirling Dish System Performance Prediction Model. 2008. p. 25.  
GARCIA CAMPUZANO, José Luis y PARÍS LONDOÑO, Luis Santiago. diseño de un sistema prototipo de conversión de energía solar en potencia mecánica compuesto por un concentrador solar y un motor Stirling.

GOSWAMI, D. Principles of Solar Engineering, Third Edition. 2015. ISBN 1466563796.

HAFEZ, A. Z.; ISMAIL, Ibrahim y EL-METWALLY, Khaled. Design analysis factors and specifications of solar dish technologies for different systems and applications. HOWELL, John R., Principios De Termodinámica Para Ingenieros. 2013. ISBN 9788578110796

IDEAM. Atlas Interactivo. Colombia. [Consultado el 06/15/2016]. Disponible en: <http://atlas.ideam.gov.co/visorAtlasRadiacion.html>

INSTITUTO COLOMBIANO DE NORMAS TECNICAS. Normas Colombianas para la presentación de trabajos de investigación, segunda actualización. Santafé de Bogotá. ICONTEC, 2008. NTC 1486.

KALOGIROU, Soteris A. Solar Energy Engineering: Processes and Systems. 2009. iv-iv. ISBN 9780123745019

KEIL, G. Scintillation counting with a fluorescence radiation converter. Nucl Instrum Methods 1970.

MA, Robert Y. Wind Effects on Convective Heat Loss from a Cavity Receiver for a Parabolic Concentrating Solar Collector. 1993.

MARTINI, William R. Stirling Engine Design Manual. Second Edition ed. CreateSpace Independent Publishing Platform, 2013, 1983. ISBN 1482063034, 9781482063035

MILLAN, R., et al. Concentrating Solar Power Technology. 2012. ISBN 9781845697693.

O' GALLAGHER, Joseph J. Nonimaging Optics in Solar Energy. ISBN 1940-851X

RAMÍREZ PAREJA, D. M. Desarrollo De Un Modelo Termodinámico De Un Sistema Termosolar Disco-Stirling. Medellín, Colombia. Universidad Nacional de Colombia, 2015.

SARDÓN, J. M. Energías Renovables Para El Desarrollo. España: paraninfo, S.A, 2008.

SCHLAICH BERGERMANN, &. Partner GbR. Euro Dish - Stirling System Description.

SHUAI, YONG; XIA, Xin-lin, TAN, He-ping. Radiation performance of dish solar concentrator/ cavity receiver systems. Sol Energy 2008.

STINE, WILLIAM B. y DRIVER, RICHARD B. The United States Department of Energy under. A Compendium of Solar Dish/ Stirling Technology. Albuquerque, California, 87185-0703.

STINE, William B.; HARRIGAN, Raymond W., eds. Solar Energy Fundamentals and Design with Computer Applications. New York: Wiley-Interscience, 1985.

STINE, William y GEYER, Michael. Power from the Sun.  
<http://www.powerfromthesun.net/Book>

VILORIA, J. R. Energías Renovables: Lo Que Hay Que Saber. España Paraninfo, S.A., 2012.

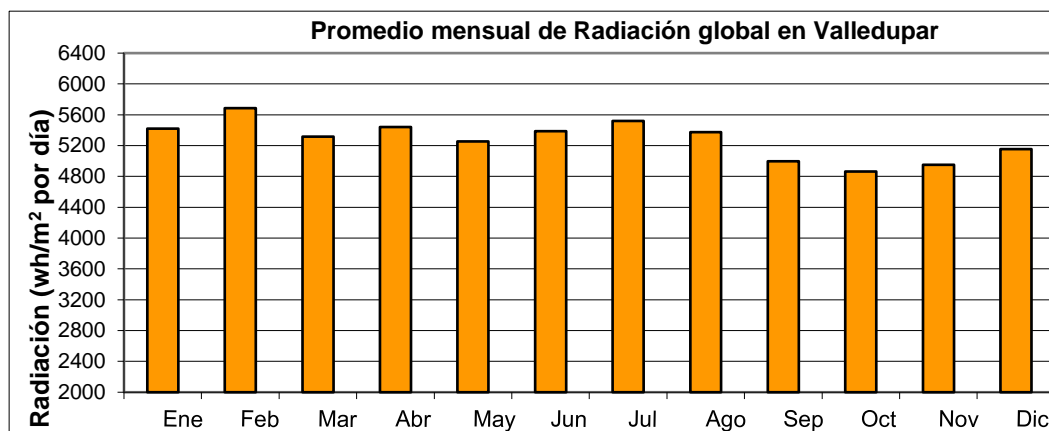


## ANEXOS

ANEXO A.  
PROMEDIO MENSUAL DE RADIACIÓN GLOBAL

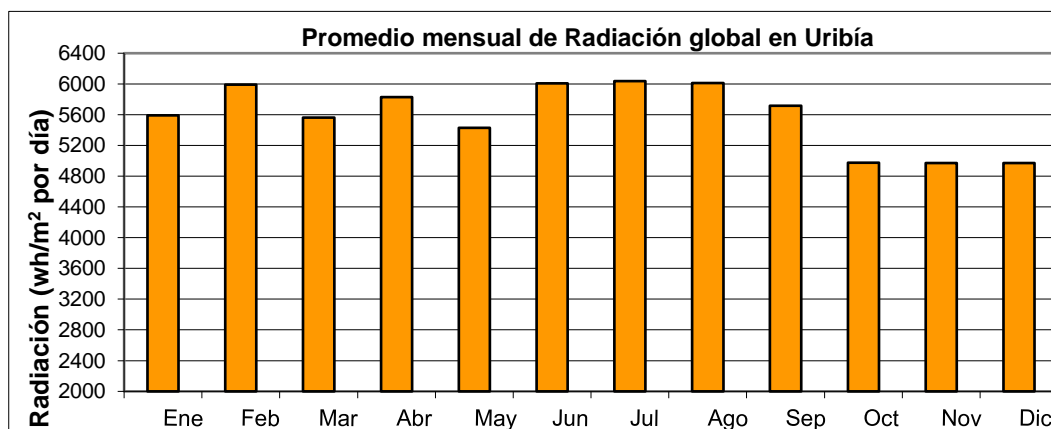
➤ Valledupar – Estación Fedearroz (\*)<sup>137</sup>

Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Prom. anual
5420	5685	5317	5441	5254	5389	5518	5375	4997	4865	4950	5153	63365



➤ Uribía - Estación Paicí-Granja (\*)<sup>138</sup>

Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Prom. anual
5592	5990	5560	5828	5427	6008	6038	6010	5715	4976	4970	5592	67089



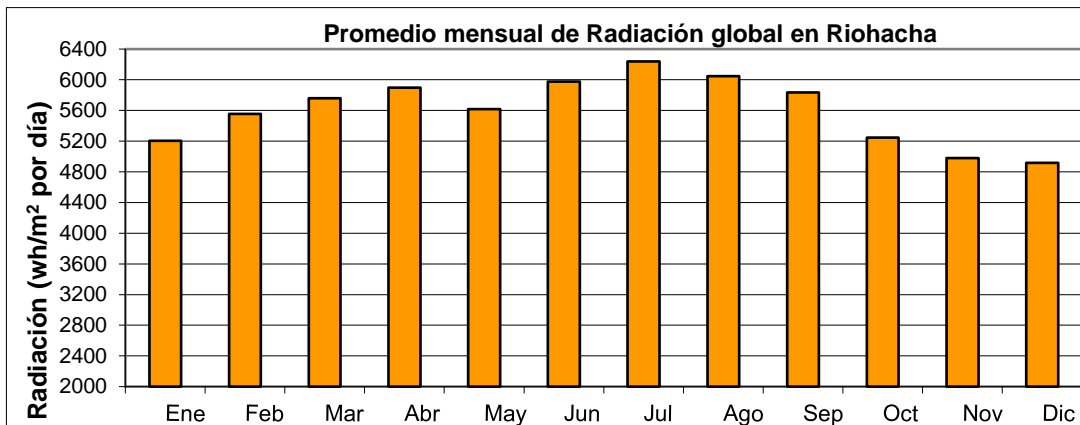
(\*) Nombre de la estación donde se realiza la medición del recurso solar

<sup>137</sup> IDEAM. Atlas Interactivo. Colombia. [Consultado el 06/15/2016]. Disponible en: <http://atlas.ideam.gov.co/visorAtlasRadiacion.html>

<sup>138</sup> IDEAM. Atlas Interactivo. Colombia. [Consultado el 06/15/2016]. Disponible en: <http://atlas.ideam.gov.co/visorAtlasRadiacion.html>

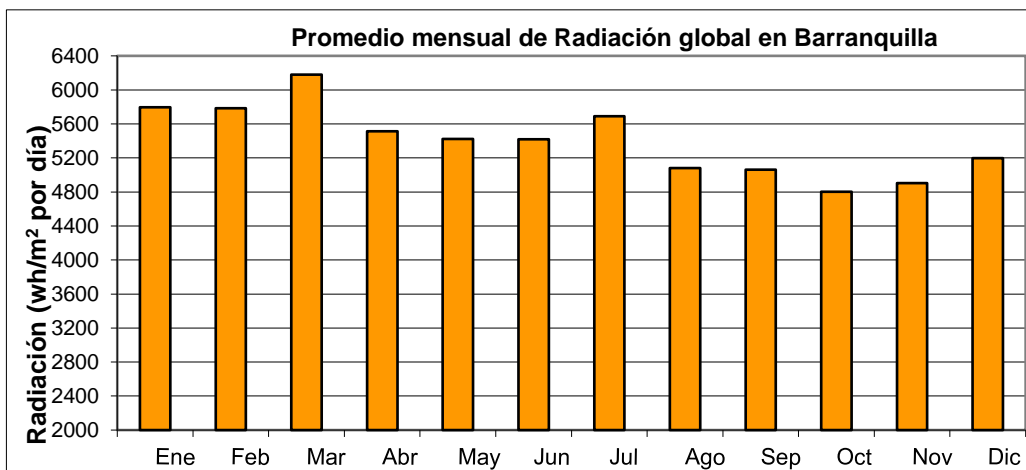
➤ Riohacha - Apto. Almirante Padilla (\*)<sup>139</sup>

Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Prom. anual
5203	5556	5761	5898	5618	5976	6238	6045	5833	5248	4978	4917	67269



➤ Barranquilla – Estación las flores (\*)<sup>140</sup>

Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Prom. anual
5796	5783	6178	5513	5422	5420	5690	5080	5061	4800	4902	5196	64842



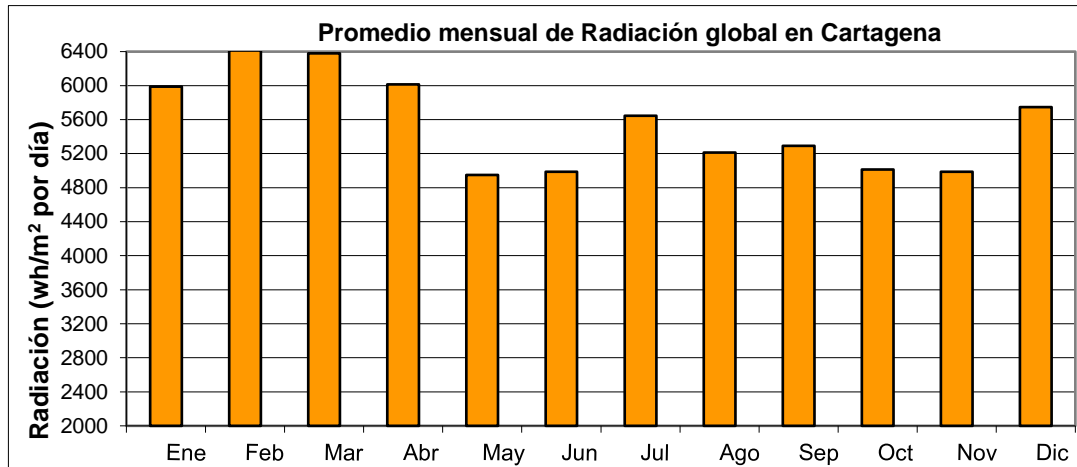
(\*) Nombre de la estación donde se realiza la medición del recurso solar

<sup>139</sup> IDEAM. Atlas Interactivo. Colombia. [Consultado el 06/15/2016]. Disponible en: <http://atlas.ideam.gov.co/visorAtlasRadiacion.html>

<sup>140</sup> IDEAM. Atlas Interactivo. Colombia. [Consultado el 06/15/2016]. Disponible en: <http://atlas.ideam.gov.co/visorAtlasRadiacion.html>

➤ Cartagena - Apto. Rafael Nuñez (\*)<sup>141</sup>

Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Prom. anual
5988	6413	6379	6013	4951	4989	5644	5213	5291	5015	4988	5747	66630



(\*) Nombre de la estación donde se realiza la medición del recurso solar

<sup>141</sup> IDEAM. Atlas Interactivo. Colombia. [Consultado el 06/15/2016]. Disponible en: <http://atlas.ideam.gov.co/visorAtlasRadiacion.html>

**ANEXO B.**  
Promedio horario de la radiación

Las tablas del promedio horario de radiación en las zonas de Uribí y Riohacha se resaltan los rangos de radiaciones a partir de la siguiente tabla:

De 0 - 200 (Wh/m <sup>2</sup> )	De 400 – 600 (Wh/m <sup>2</sup> )	Mayor a 800 (Wh/m <sup>2</sup> )
De 200 - 400 (Wh/m <sup>2</sup> )	Entre 600 – 800(Wh/m <sup>2</sup> )	

Todas las tablas fueron proporcionadas por el Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios ambientales de Colombia (IDEAM).

➤ Uribí - estación Paici Granja

PROMEDIO HORARIO DE LA RADIACIÓN (Wh/m <sup>2</sup> )												
HORA	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
0-1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,0	0,1
1-2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
2-3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
3-4	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
4-5	0,0	0,0	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,1	0,0	0,0	0,1	0,0
5-6	0,1	0,1	0,6	6,1	11,3	11,5	7,5	5,2	5,0	4,0	2,1	0,3
6-7	24,6	27,5	47,2	90,4	96,8	104,5	87,5	83,9	92,0	80,9	73,4	40,9
7-8	142,0	149,7	183,9	219,4	214,6	255,9	228,0	240,2	255,9	244,3	236,6	187,2
8-9	322,8	329,6	352,1	416,7	335,6	436,2	390,3	424,1	430,6	407,8	395,0	358,9
9-10	525,6	549,8	541,4	595,7	465,5	575,2	539,1	602,8	603,2	565,8	539,4	521,5
10-11	689,6	738,5	641,0	719,0	600,3	678,0	623,1	704,6	751,3	690,7	658,2	659,2
11-12	810,9	853,2	773,8	832,1	791,4	830,7	838,0	839,5	812,2	755,8	726,4	733,7
12-13	843,8	893,8	818,1	841,7	805,9	833,3	875,4	858,4	825,1	736,0	717,8	707,5
13-14	783,1	836,4	761,5	749,8	743,2	784,0	814,2	802,4	739,1	614,9	648,1	651,3
14-15	663,3	704,4	647,5	623,2	613,0	653,5	687,6	650,8	575,0	457,5	513,6	549,1
15-16	484,9	533,6	476,0	445,3	441,3	474,9	520,7	465,9	397,6	292,2	325,1	381,1
16-17	258,5	305,8	257,3	232,8	240,6	279,0	315,6	257,8	193,4	116,9	129,6	165,0
17-18	43,7	69,1	59,8	65,5	67,4	89,3	108,9	73,4	34,3	9,5	5,0	14,2
18-19	0,1	0,2	0,2	0,5	1,0	2,7	4,4	1,5	0,2	0,0	0,1	0,2
19-20	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,1	0,2	0,1	0,0	0,1	0,1	0,0
20-21	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,1	0,1
21-22	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
22-23	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
23-0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1	0,0	0,0
Acumulada diaria	5592,9	5990,6	5560,3	5828,4	5427,9	6008,7	6038,2	6010,5	5715,0	4976,4	4970,4	4970,1

Riohacha – Estación Apto. Almirante Padilla

ESTACIÓN APTO. ALMIRANTE PADILLA (RIOHACHA)												
PROMEDIO HORARIO DE LA RADIACIÓN (Wh/m <sup>2</sup> )												
HORA	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
0-1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1-2	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1
2-3	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
3-4	0,0	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
4-5	0,2	0,1	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5-6	0,3	0,2	0,5	4,3	8,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1
6-7	22,0	27,6	60,8	82,2	104,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	36,1
7-8	157,7	187,9	239,1	229,8	255,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	192,7
8-9	326,8	369,4	413,2	380,4	457,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	371,6
9-10	451,4	537,0	585,9	508,1	658,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	527,6
10-11	578,8	669,3	718,7	638,8	795,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	827,0
11-12	673,0	762,4	809,5	700,7	796,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	733,4
12-13	610,2	667,9	739,9	641,6	771,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	592,5
13-14	682,8	761,7	712,5	603,2	666,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	663,3
14-15	550,9	557,5	601,3	480,7	494,5	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	531,2
15-16	323,5	445,9	442,8	336,4	302,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	263,6
16-17	193,9	228,6	247,7	180,6	164,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	148,7
17-18	30,4	53,2	62,7	50,2	49,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	12,5
18-19	0,0	0,1	0,1	0,2	0,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
19-20	0,0	0,0	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
20-21	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
21-22	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1
22-23	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1
23-0	0,0	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Acumulada diaria	4601,7	5268,7	5634,6	4837,3	5524,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	4700,3

Anexo C.  
La fracción de captura de flujo

En la sección 2.2.1.4 se introduce el término. Para la fracción de captura de flujo reflejada desde una superficie de la parábola y que luego cae dentro de un haz que tiene la anchura de  $n$  desviaciones estándar del error angular total, esto quiere decir que, si el flujo reflejado se distribuye normalmente, la fracción de captura de flujo es el área bajo la curva de la distribución normal que se integra a partir de los rangos<sup>142</sup>  $-\frac{n}{2} a + \frac{n}{2}$ .

“La fracción de captura de flujo se define como una aproximación polinómica para el área bajo la curva normal de Abramowitz y Stegun (1970)”<sup>143</sup>, como:

Ecuación 34. Aproximación para la fracción de captura de flujo.  

$$\Gamma = 1 - 2Q(x)$$

Donde:

Ecuación 35. Área en una cola de la curva normal  

$$Q(X) = f(X)(b_1t + b_2t^2 + b_3t^3 + b_4t^4 + b_5t^5)$$

Y

Ecuación 36. Límite de error.

$$x = \frac{n}{2}$$

Y

Ecuación 37. Función definida

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Y

Ecuación 38. Parámetro definido

$$t(x) = \frac{1}{1 + rx}$$

Con

$$r = 1.781477937$$

$$b_1 = 0.319381530$$

$$b_2 = -0.356563782$$

---

<sup>142</sup>STINE, William y GEYER, Michael. Power from the Sun. <http://www.powerfromthesun.net/Book>

<sup>143</sup>Abramowitz y Stegun (1970), Handbook of Mathematical Functions, Oficina Nacional de Normalización, Washington, corriente continua

$$b_3 = 1.781477937$$

$$b_4 = -1.821255978$$


$$b_5 = 1.330274429$$

Anexo D.  
Características de algunos materiales

Tabla 8. Materiales de un concentrador parabólico

Materiales	Reflectividad (%)	Emisividad
Película polimérica, no metálica	98	2
Aluminio, Acrílico	98	2
Plata, Acrílico aluminio	97	3
Plata, Acrílico	95	5
Aluminio	86	14
Aluminio, polietileno	97	3
Espejo de plexiglás	90	10
Termoplástico, plata, oro, latón, etc.	80	20
Aluminio Mylar	97	3
Polímero, cobre, plata, alúmina	97	3
Acero Pulido	50	50
Capa de revestimiento metálico cerámico	95	5
Vidrio/plata 4 mm	93.8	6.2
Vidrio/plata 2 mm	94	6
Vidrio/plata 1 mm	94.6	5.4
Miro 2-95	88.6	11.4
Miro 3-95	91.1	8.9
Ánodos de aluminio	86.8	13.2
ECP305+/Aluminio	95.6	4.4
ECP305+/Vidrio	96.1	3.9
Sunflex (polímero / aluminio)	86.9	10.1
SA 85 / Vidrio	88.1	11.9
SA 85 / Acero	88.2	11.8
Sol-gel recubierto de plata	95.5	4.5
Sol-gel recubierto de aluminio	91	9



 Fundación Universidad de América	FUNDACIÓN UNIVERSIDAD DE AMÉRICA	Código:
	PROCESO: GESTIÓN DE BIBLIOTECA	Versión 0
	Autorización para Publicación en el Repositorio Digital Institucional – Lumieres	Junio - 2016


## AUTORIZACIÓN PARA PUBLICACIÓN EN EL REPOSITORIO DIGITAL INSTITUCIONAL LUMIERES




Yo Daniela Carolina Trujillo Lara en calidad de titular de la obra MODELAMIENTO MATEMÁTICO DE UN SISTEMA DE CONCENTRACIÓN SOLAR CON MOTOR STIRLING EN COLOMBIA, elaborada en el año 2016, autorizo al **Sistema de Bibliotecas de la Fundación Universidad América** para que incluya una copia, indexe y divulgue en el Repositorio Digital Institucional – Lumieres, la obra mencionada con el fin de facilitar los procesos de visibilidad e impacto de la misma, conforme a los derechos patrimoniales que me corresponde y que incluyen: la reproducción, comunicación pública, distribución al público, transformación, en conformidad con la normatividad vigente sobre derechos de autor y derechos conexos (Ley 23 de 1982, Ley 44 de 1993, Decisión Andina 351 de 1993, entre otras).

Al respecto como Autor manifestó conocer que:

- La autorización es de carácter no exclusiva y limitada, esto implica que la licencia tiene una vigencia, que no es perpetua y que el autor puede publicar o difundir su obra en cualquier otro medio, así como llevar a cabo cualquier tipo de acción sobre el documento.
- La autorización tendrá una vigencia de cinco años a partir del momento de la inclusión de la obra en el repositorio, prorrogable indefinidamente por el tiempo de duración de los derechos patrimoniales del autor y podrá darse por terminada una vez el autor lo manifieste por escrito a la institución, con la salvedad de que la obra es difundida globalmente y cosechada por diferentes buscadores y/o repositorios en Internet, lo que no garantiza que la obra pueda ser retirada de manera inmediata de otros sistemas de información en los que se haya indexado, diferentes al Repositorio Digital Institucional – Lumieres de la Fundación Universidad América.
- La autorización de publicación comprende el formato original de la obra y todos los demás que se requiera, para su publicación en el repositorio. Igualmente, la autorización permite a la institución el cambio de soporte de la obra con fines de preservación (impreso, electrónico, digital, Internet, intranet, o cualquier otro formato conocido o por conocer).
- La autorización es gratuita y se renuncia a recibir cualquier remuneración por los usos de la obra, de acuerdo con la licencia establecida en esta autorización.
- Al firmar esta autorización, se manifiesta que la obra es original y no existe en ella ninguna violación a los derechos de autor de terceros. En caso de que el trabajo haya sido financiado por terceros, el o los autores asumen la responsabilidad del cumplimiento de los acuerdos establecidos sobre los derechos patrimoniales de la obra.
- Frente a cualquier reclamación por terceros, el o los autores serán los responsables. En ningún caso la responsabilidad será asumida por la Fundación Universidad de América.
- Con la autorización, la Universidad puede difundir la obra en índices, buscadores y otros sistemas de información que favorezcan su visibilidad.

Conforme a las condiciones anteriormente expuestas, como autor establezco las siguientes condiciones de uso de mi obra de acuerdo con la **licencia Creative Commons** que se señala a continuación:

	FUNDACIÓN UNIVERSIDAD DE AMÉRICA	Código:
	PROCESO: GESTIÓN DE BIBLIOTECA	Versión 0
	Autorización para Publicación en el Repositorio Digital Institucional – Lumieres	Junio - 2016

	Atribución- no comercial- sin derivar: permite distribuir, sin fines comerciales, sin obras derivadas, con reconocimiento del autor.	<input type="checkbox"/>
	Atribución – no comercial: permite distribuir, crear obras derivadas; sin fines comerciales con reconocimiento del autor.	<input checked="" type="checkbox"/>
	Atribución – no comercial – compartir igual: permite distribuir, modificar, crear obras derivadas, sin fines económicos, siempre y cuando las obras derivadas estén licenciadas de la misma forma.	<input type="checkbox"/>

Licencias completas: [http://co.creativecommons.org/?page\\_id=13](http://co.creativecommons.org/?page_id=13)

Siempre y cuando se haga alusión de alguna parte o nota del trabajo, se debe tener en cuenta la correspondiente citación bibliográfica para darle crédito al trabajo y a su(s) autor(es).

De igual forma como autor autorizo la consulta de los medios físicos del presente trabajo de grado así:

AUTORIZO (AUTORIZAMOS)	SI	NO
La consulta física (sólo en las instalaciones de la Biblioteca) del CD-ROM y/o Impreso	x	
La reproducción por cualquier formato conocido o por conocer para efectos de preservación	x	

Información Confidencial: este Trabajo de Grado contiene información privilegiada, estratégica o secreta o se ha pedido su confidencialidad por parte del tercero, sobre quien se desarrolló la investigación. En caso afirmativo expresamente indicaré (indicaremos), en carta adjunta, tal situación con el fin de que se respete la restricción de acceso.	SI	NO
		x

Para constancia se firma el presente documento en Bogotá, a los 12 días del mes de 05 del año 2017.

EL AUTOR:

Autor 1

Nombres	Apellidos
Daniela Carolina	Trujillo Lara
Documento de identificación No	Firma
1022402004	